


Содержание предметной области «Математика и информатика» на ступени начального общего образования

М.А. Ройтберг

1. Введение

1.1. О чем этот текст

Несмотря на официальное название, этот текст написан по внутренним соображениям и как следствие, не на официальном языке. Это попытка дать перечень понятий, фактов, методов, навыков, подходов которыми должен владеть выпускник начальной школы. Так как не совсем понятно, что такое «начальная школа» и «кому должен» ученик, то такой список неизбежно будет иметь расплывчатые границы. Но есть и «ядро», вещи, которые бесспорно входят в этот перечень (например, умение считать до 10 ).

Я постараюсь включить в перечень все, что ИМХО доступно ученику начальной школы (что бы это ни значило). Неизбежные вопросы отбора, связанные, в частности, с отсутствием времени и наличием у ребенка других активностей, пока отложим. Также отложим пока маркировку ядра. К ней целесообразно вернуться, когда расширенный перечень будет более-менее готов.

1.2. О предмете изучения. Цикл точных наук

В последние годы было много дискуссий по поводу объединения математики и информатики в одну предметную область. ИМХО рассматриваемой здесь областью является все, где ребенок действует в мире с точно описанными правилами. При этом важной частью образования является связь этого «точного» мира с реальным. Для удобства я называю эту область (в качестве рабочего названия) «цикл точных наук». Иногда провести границу между «математикой» и «информатикой» внутри этого цикла довольно трудно. С другой стороны, изучение алфавита может быть отнесено к этому циклу (м может быть и не отнесено).

При этом мы изучаем не только факты, но и методы и подходы. **Уточнить разницу между методом (алгоритмом) и подходом.**

1.3. О математической культуре

На мир можно смотреть по-разному. Есть взгляд математика, художника, поэта, биолога. Глядя на кирпич, разные люди думают о разном. Изучение предмета (предметной области) не только знакомит ребенка с фактами, понятиями и т.п. Ребенку демонстрируется особый взгляд на мир, особая точка зрения. В идеале формируется (до некоторой степени) способность смотреть на мир с этой точки зрения.

Отсюда вопрос: что такое математическая точка зрения на мир (на уровне ребенка – ученика младшей школы)? Как она включена в (хочется верить) цельное восприятие мира ребенком? Как соотносится с другими взглядами, представленными ребенку в школе? Нужно ли подчеркивать само наличие (возможность) разных взглядов?

Замечание. Часто говорят о «математической культуре» (наряду с физической 📖). Кажется, сказанное выше о взглядах имеет к этому отношение.

1.4. О начальной школе

Задачи обучения в начальной школе вообще и в цикле точных наук в частности. Возрастные особенности учеников.

2. «Теоретическая» арифметика

2.1. Счет и натуральный ряд.

Счёт предметов и натуральные числа. Нуль.

Десятичная запись чисел от нуля до миллиона. Классы и разряды.

Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

Числительные. Их склонение. Порядковые числительные. Переход от словесного описания к цифровому и обратно («чтение и запись чисел»).

Следующее число, предыдущее число.

Сравнение чисел, знаки сравнения (нужно ли \leq ?).

Было в программе: Упорядочивание набора чисел по возрастанию и убыванию.

=== 📖 Это хорошо. Но вообще-то это информатика (алгоритм сортировки и т.п.)

2.2. Арифметические действия и их свойства

Сложение, вычитание, умножение и деление. Названия компонентов арифметических действий, знаки действий.

«Прямые» действия: сложение, умножение.

Законы «прямых» действий (сочетательный и переместительный законы сложения и умножения; распределительный закон; свойства нуля и единицы).

Связь сложения и умножения с порядком (числа увеличиваются).

Иллюстрация действий и их свойств на геометрических примерах и примерах, связанных с пересчетом объектов

Вычитание – действие обратное к сложению. Условие его выполнимости.

Связь вычитания со сравнением чисел (после вычитания число уменьшается, после сравнения – увеличивается)

Иллюстрация вычитания, его свойств [перечислить!] на геометрических примерах и примерах, связанных с пересчетом объектов. Умение приводить примеры, когда вычитание возможно, а когда нет (неограниченный ряд примеров).

* Знакомство с отрицательными числами (температура, числовая ось).

Части. Деление нацело (если оно возможно). Терминология: «А делится на В», «А кратно В».

Умение приводить примеры, когда деление нацело возможно, а когда нет (неограниченный ряд примеров). Умение приводить примеры чисел, кратных данному числу; чисел, кратных 10, 100, 1000 (неограниченный ряд примеров).

* Признаки делимости на 2, 5, 10, 100,

** Признаки делимости на 3 и 9 ???

«Простые доли» - половина, четверть, треть. Связь между половиной и четвертью. Сложение (и вычитание?) долей. ?? С переходом через единицу? Смешанные числа.

Деление с остатком и его свойства (остаток меньше делителя). Возможность выполнить деление с остатком для любых делимого и делителя;

Четные и нечетные числа; связь четности и нечетности с делимостью на 2.

* Свойства четности при сложении, вычитании и умножении четных/нечетных чисел

Иллюстрация деления и его свойств на геометрических примерах и примерах, связанных с пересчетом объектов [Уточнить!]

2.3. Выполнение арифметических действий.

Таблица сложения в пределах 10. Таблица умножения сложения в пределах 10. Свойства таблиц (например, симметрия относительно диагонали; возрастание результатов по строкам и столбцам) и их связь со свойствами сложения и умножения.

Устное сложение, вычитание, умножение и деление чисел в пределах 100 (как по операндам, так и по результатам). Перенос в разряд десятков
Деление с остатком на 10, 100, 1000. Последняя цифра суммы и произведения.

* Контрольные/тренировочные задания: сложение и вычитание в пределах 1000, если количество сотен не изменяется; умножение двузначного числа на однозначное с получением трехзначного результата

*Использование свойств арифметических действий при вычислениях.

Сложение и вычитание чисел в столбик. Алгоритм и его объяснение (перенос в старший разряд и «занимание» из старшего разряда. Свободное владение в пределах 100 000.

* Тренировка/контроль – до 1 000 000 000?

Умножение чисел в столбик. Алгоритм и его объяснение (разбиение множителя на поразрядные слагаемые, сдвиг вправо при умножении на 10; распределительный закон). Множимое – в пределах 1000; множитель – в пределах 100.

* Тренировка/контроль – до 1 000 000 000?

- умножение 99 на 888 (переставить слагаемые)

Деление уголком (делитель – в пределах 100). Алгоритм и его объяснение [какое?]

??? В какой мере школьники должны понимать/уметь обосновывать алгоритмы действий с многозначными числами?

2.4. Выражения и вычисления

Числовое (синоним: арифметическое) выражение. Порядок выполнения действий в числовых выражениях со скобками и без скобок. Нахождение значения числового выражения.

Использование свойств арифметических действий в вычислениях:

- перестановка и группировка слагаемых в сумме,
- перестановка и группировка элементов в последовательности сложений и вычитаний (уверенно – до ~5 элементов);
- перестановка сомножителей в произведении;
- умножение суммы и разности на число).

Приближенные вычисления. Прикидка количества цифр в ответе и первой цифры результата.

Определение неизвестного операнда арифметического действия по другому операнду и результату.

Выражение и схема вычисления. Определение неизвестных элементов схемы вычислений.

??? Использование компьютера и калькулятора???

3. Арифметика в реальном мире

3.1. Математические модели реального мира

Моделирование и аналогии - общее свойство восприятия мира человеком.

Особенности математической модели – точное определение элементов модели и их взаимосвязей (аксиомы). Тезис: модель не совпадает с реальностью, но отражает что-то важное для нас. В зависимости от того, что важно, используем разные модели.

Экспериментальные среды. – ДОПИСАТЬ.

??? Что из этого, в каком объеме и в каком виде нужно в началке?

3.2. Именованные величины

Правила оперирования с именованными величинами: (1) складываются, вычитаются и сравниваются только однородные величины; (2) примеры умножения и деления неоднородных величин (время, путь, скорость; масса, объем, плотность; длина, площадь, объем)

Полное и сокращенное наименования метрических единиц измерения для массы, времени, длины, площади, объема (вместимости?), скорости, денег (рубли, копейки?) а также отдельные неметрические единицы (минута, час, км/ч, центнер, тонна) и их соотношение с метрическими единицами;

**Некоторые исторические и используемые сейчас единицы измерения (пуд, акр, ар, гектар, сотка, фунт, дюйм, миля, аршин и т.п.)*

Десятичные префиксы милли-, кило- (санти- и деци- только для метра?); умение образовывать с их помощью производные единицы измерения;

Умение выбирать единицу для измерения величин на практике (например, время урока измеряем в минутах, а не в секундах);

Перевод в более мелкие единицы измерения значений величин, заданные в долях более крупных величин

Сложение, вычитание и сравнение однородных величин, заданных в разных единицах измерения (в том числе – заданных составными обозначениями, например, время в пути - 3 часа 15 минут)

Умножение и деление именованных величин (если это возможно).
Использование различных единиц измерения и составных обозначений.

3.3. Текстовые задачи

[попытка взгляда]

Слова, выражения и описания реальных ситуаций, связанные с выполнением каждого из арифметических действий. Умение придумать (неограниченное количество) историй для каждого арифметического действия.

Восстановление действия по истории.

Текстовая задача: история, связанная с выполнением действия, в которой неизвестен один из компонентов действия. Решение задачи: (1) выписывание действия (неизвестная компонента отмечена); (2) определение неизвестной компоненты.

Замечание. (2) – это уже не про задачу, а чисто про вычисления

Замечание. История про «Сколько лет бабушке швейцара?» не является задачей, поскольку за ней нет арифметического действия

Истории, связанные с выполнением схемы из 2-3 (4) действий.

Восстановление схемы по истории. Истории с неизвестными компонентами схемы; восстановление схем.

Истории, в которых некоторые компоненты схемы явно не упоминаются (интенсивность работы, скорость ?? бывает что-то еще?); восстановление схем.

Метод решения текстовых задач: (1) восстанови схему; (2) найди неизвестные компоненты.

3.4. ??? Восстановление закономерностей – в ИНФОРМАТИКУ --- уточнить, что есть информатика

Тип задачи: дано множество наборов вида <аргументы алгоритма; результат>. Требуется восстановить алгоритм. На класс алгоритмов можно накладывать ограничения. Например, это может быть выражение, выражение с определенными видами с неизвестными параметрами и пр.

Частный случай: последовательность. Имеется в виду, что каждый член есть функция от предшествующих. Вариант – от фиксированного (известного?) количества последних предшествующих

Из программы:

Работа с текстовыми задачами

Решение текстовых задач арифметическим способом. Задачи, содержащие отношения «больше (меньше) на...», «больше (меньше) в...». Зависимости между величинами, характеризующими процессы движения, работы, купли/продажи и др. Скорость, время, путь; объем работы, время, производительность труда; количество товара, его цена и стоимость и др.

Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (схема, таблица, диаграмма и другие модели). Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле.

4. Геометрия

[Практически не правленая программа начальной школы]

Нужно посмотреть внимательно

4.1. Пространственные отношения. Геометрические фигуры

Взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости (выше—ниже, слева—справа, сверху—снизу, ближе—дальше, между и пр.). Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (кривая, прямая), отрезок, ломаная, угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг. Использование чертёжных инструментов для выполнения построений.

Геометрические формы в окружающем мире. Распознавание и называние: куб, шар, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус.

4.2. Геометрические величины

Геометрические величины и их измерение. Измерение длины отрезка. Единицы длины (мм, см, дм, м, км). Периметр. Вычисление периметра многоугольника. Площадь геометрической фигуры. Единицы площади (см², дм², м²). Точное и приближённое измерение площади геометрической фигуры. Вычисление площади прямоугольника.

5. Информатика

[1-е приближение. Нужно еще раз посмотреть]

5.1. Работа с данными.

Сбор данных, связанных со счётом объектов и измерением величин. Анализ полученных данных – уточнить. Табличное и графическое представление данных. Чтение и заполнение таблицы. Интерпретация данных таблицы. Чтение столбчатой диаграммы.

5.2. Основы логики

Истинностные значения их названия (да/нет; истина/ложь; 1/0?). Утверждения (высказывания) и их истинность. Ответ «неизвестно» («не знаю») – как возможный ответ на вопрос об истинности утверждения(?).

Элементарные свойства объектов (примеры для чисел: чётность, больше заданного числа и т.п.). Элементарное утверждение – утверждение об истинности элементарного свойства.

Построение новых утверждений с помощью логических связок и слов («и»; «не»; «если... то...»; «верно/неверно, что...»; «каждый»; «все»; «некоторые»). Истинность таких утверждений.

5.3. Алгоритмы и описания

Составление конечной последовательности (цепочки) предметов, чисел, геометрических фигур и др. по правилу: (а) правило зависит только от номера; (2) правило зависит от уже построенных элементов цепочки.

Основные понятия последовательного программирования: исполнитель, система команд, повторение (цикл), вспомогательный алгоритм (подпрограмма), ветвление.

Знакомство со средой программирования и работа в ней. Составление, запись и выполнение алгоритмов управления исполнителем для решения предложенных задач.

Систематический перебор и порождение объектов – уточнить.

Отношение порядка. Упорядочивание (сортировка) объектов.

Одинаковые/разные объекты. Многоуровневая классификация. Возможность по-разному определять одинаковость на заданном множестве объектов.

Примечание. В программе начальной школы было вот что:

Работа с информацией

Сбор и представление информации, связанной со счётом (пересчётом), измерением величин; фиксирование, анализ полученной информации.

Построение простейших выражений с помощью логических связок и слов («и»; «не»; «если... то...»; «верно/неверно, что...»);

«каждый»; «все»; «некоторые»); истинность утверждений.

Составление конечной последовательности (цепочки) предметов, чисел, геометрических фигур и др. по правилу.

Составление, запись и выполнение простого алгоритма, плана поиска информации.

Чтение и заполнение таблицы. Интерпретация данных таблицы. Чтение столбчатой диаграммы. Создание простейшей информационной модели (схема, таблица, цепочка).