

М. РОЙТБЕРГ,
Москва

«Попробуй — реши!», ИЛИ Любите ли вы математику, как я люблю её

Любите ли вы театр, как я люблю его?

В. Белинский. «Литературные мечтания»

Очень малая часть школьников испытывает удовольствие при занятиях математикой. В средней школе (я говорю об обычной школе) таких не более одного-двух на класс, чаще — ни одного. То есть большинство школьников не испытывают (при занятиях математикой, а часто — и вообще в школе) радость открытия, когда пытаешься получше представить себе то, о чем написано в задаче, ищешь подходы, а потом — вдруг! — понимаешь, как задачу решить. Это очень сильная положительная эмоция и вместе с тем очень продуктивная. Конечно, догадка требует проверки и доказательства, она может оказаться неправильной, понадобятся новые размышления, наблюдения и догадки — как и в любой исследовательской, творческой работе. И все это — скрыто от подавляющего большинства школьников.

Что такое игра «Попробуй — реши!»

Слово «игра» используется в разных смыслах. Салочки, прятки, шахматы, футбол, дочка-матери, ролевые игры, олимпиады (спортивные и не только), всевозможные викторины — все это игры. Игра «Попробуй — реши!» является своего рода противоположностью предметных, в частности математических, олимпиад.

Перечислим основные свойства (математической) олимпиады. Во-первых, в ней участвуют те, кто уже интересуется математикой. Во-вторых, проводится она в определенном месте и в течение достаточно короткого времени (обычно 3–4 часа).

Главная цель игры «Попробуй — реши!» — приобщить к получению удовольствия от математики тех школьников, которые (пока) от математики далеки. Еще одна цель — научиться записывать решения, а если говорить более широко — связно и аргументированно излагать свои мысли. Не секрет, что в современной школе этому уделяется недостаточно внимания. И, наконец, еще одно — участники учатся анализировать то, как они пришли к решению, что сделали сами, а в чем им помогли. Последнее связано с правилами выполнения заданий, которые описаны ниже.

«Попробуй — реши!» рассчитана на школьников, начиная примерно с 9 лет. Для более младших школьников и школьников старше 12–13 лет понадобится корректировка корпуса заданий (для младших, возможно, и корректировка правил).

Эту игру я впервые провел около 15 лет назад на базе детской библиотеки г. Пушкино и с тех пор проводил ее много раз в разных школах и учебных лагерях. В этой статье — описание игры и накопленного опыта. Забегая вперед, отмечу, что «Попробуй — реши!» перекликается с домашними олимпиадами П. Чулкова. Но есть и важные отличия, прежде всего касающиеся помощи взрослых и правил определения победителей.

Я хочу поблагодарить учителей центра «Азь» при УВК № 1811 «Измайлово» О. Лапину и С. Плахотникова, вместе с которыми мы проводили игру с учениками их 4-го класса в 2006/07 учебном году, а также А. Сгибнева (школа «Интеллектуал»), без благотворного влияния которого эта статья, скорее всего, не была бы написана.

В-третьих, участники решают задачи самостоятельно. В-четвертых, призы получает достаточно небольшое (и, как правило, заранее определенное) количество человек. Можно показать хороший результат и не получить ничего, потому что другие выступили еще лучше.

В игре «Попробуй — реши!» все наоборот. Во-первых, она ориентирована на всех учеников, прежде всего тех, кто нейтрально (и даже с опаской) относится к школьной математике. Во-вторых, проводится много (не менее 6–7) туров. Задачи решаются в свободное время и сдаются в письменной форме. В-третьих, допускается *любая* помощь со стороны

(об этом чуть ниже). И, наконец, в-четвертых, призы получают *все* участники, набравшие в сумме за несколько туров определенное количество баллов. Таким образом, получивший приз ничего не отнимает у других участников.

Последние два пункта — ключевые. Начнем с последнего, но сначала объясним подробнее, как оцениваются решения.

В туре предлагается 4 задачи (этот и другие числовые параметры игры можно по потребности менять). Каждая из задач оценивается по пятибалльной системе. При этом на усмотрение организаторов оставляется выдача дополнительных баллов за красоту решения, трудность задачи и т.п. Очки, набранные в различных турах, суммируются. Каждый участник, набравший в сумме (неважно, за сколько туров) 25 очков, получает приз (обычно символический, но ценный для ученика). Получивший приз участник продолжает играть. Чтобы получить следующий приз, нужно набрать еще 25 очков (то есть всего — 50) и т.д.

Таким образом, участники соревнуются, прежде всего, не друг с другом, а с задачами. Тема «кто лучше?», важная для детей, не исчезает, но перестает быть доминирующей. Это открывает учителю, проводящему игру, простор для поощрения относительно слабых учеников даже за самые небольшие успехи; способствует выстраиванию между участниками отношений сотрудничества.

Теперь — о помощи посторонних. Это проблема, с которой приходится сталкиваться организаторам любых заочных соревнований. Мы предлагаем радикальное решение. Во-первых, разрешена любая помощь. Во-вторых, участник *обязан* явно указать, в чем состояла помощь (или написать: «Задача решена совершенно самостоятельно»). Если указания о помощи нет, то работа возвращается участнику с просьбой это указание добавить. Нужно сказать, что сначала требование об описании помощи не было столь определенным. Мы полагали, что при самостоятельном решении и писать ничего не нужно. Опыт показал, что дети пользуются этой лазейкой и «забывают» о помощи. В то же время оказалось, что подавляющее большинство детей не будут явно писать «задача решена совершенно самостоятельно», если это не так. Соврать труднее, чем промолчать.

С другой стороны, в сообщении о помощниках есть и много положительного. Помогаящие, как правило, близкие ребенку люди, поблагодарить их — приятно. Кроме того, обозначая помощь, ученик тем самым подчеркивает то, что он сделал самостоятельно, — что тоже приятно. Вот несколько характерных примеров: «Дедушка объяснил условие задачи, а решал я сам», «Решала вместе с мамой», «Все сделал сам, а мама проверила», «Решил сам,

брат проверил и нашел ошибку», «Бабушка заставила начать решать, а все сделала я сама». Осознание того, что ты сделал сам, а в чем тебе помогли, — трудно (не только для ребенка). Важна уже сама попытка ученика проанализировать свою работу. Понятно, что дедушка, объясняя условие задачи, мог в значительной степени объяснить решение. При желании учитель, проводящий игру, может поговорить об этом с учеником (и дедушкой). Здесь не так важно, что именно объяснили ученику, как воспитание его «интеллектуальной честности» и способности к самоанализу.

Еще одна сторона нашего решения вопроса о помощи — отношения между детьми и родителями. Обычно при обсуждении школы родители выступают в качестве контролеров — не очень удобная позиция для построения доброжелательных отношений. В нашем случае родители и ученик становятся партнерами, они вместе выбирают, что объяснять ученику, а что оставить ему для самостоятельной работы. Можно и даже полезно принимать решения родителей (такие иногда появляются) и вводить специальные призы для них.

Игра в одном классе

Хотя задания решаются заочно и игра может проводиться без непосредственного контакта организаторов и участников, особенный интерес представляет игра, которая проводится учителем в своем классе. При этом возможно (и, наверное, иногда полезно), чтобы разбор задач проводился внешним специалистом (вместе с учителем или вместо него). Ниже я опишу, как может проходить игра в классе. По такой же схеме можно проводить игру и в нескольких классах школы; это, например, удобно для малокомплектных школ.

Туры проходят каждые две недели, то есть в расписании выделяется урок (урок математики или дополнительный урок), на котором раз в две недели проводится игра «Попробуй — реши!». На первом занятии объясняются правила игры, решаются нестандартные задачи (они дают ученикам представление о том, чем им предстоит заниматься, см. «Примеры задач», п. I), и объявляются задачи 1-го тура. На каждом следующем занятии разбираются задачи прошедшего тура и выдаются задачи следующего. Кроме того, может происходить вручение призов очередным победителям (об этом — ниже).

К моменту разбора ученики сдают тетради с решениями. На следующем туре (через две недели) после проверки эти тетради возвращаются ученикам. При этом желательно, чтобы в тетради были не только баллы, но и комментарии к решениям. Проверка заданий — достаточно большая работа. Если

есть возможность, полезно привлечь к этой работе помощников, например, других учителей.

Обычно игра длится 6–7 туров, что примерно соответствует полугодию. В следующем полугодии (если будет желание) можно начать снова.

Участие в игре добровольное, однако желательно, чтобы на уроках, посвященных игре, присутствовали все ученики. Условия задач достаточно просты для понимания. Поэтому даже те, кто не решал задачи дома, могут с пользой для себя слушать разбор решений. В центре «Азъ» мы в конце игры провели контрольную по нестандартным задачам для всего

класса (задания игры выполняли около $\frac{2}{3}$ учеников, но контрольную писали все). Оказалось, что даже те, кто не участвовали в игре активно, многому научились.

При проведении игры в классе очень важна роль учителя. Он поддерживает в классе атмосферу заинтересованности, делает игру престижной. Основная сила игры, как нам кажется, в том, что дети получают удовольствие от решения задач, от незнакомого им раньше успеха. Участие учителя (особенно для относительно слабых детей) очень важно. Приемы могут быть следующими — напоминания на уроке, индивидуальные подбадривающие разговоры, стенд с условиями задач и образцами лучших решений и многое другое. Главное — создать вокруг игры атмосферу праздника и радости.

Остановимся на разборе задач. Трудность состоит в том, что, как правило, ученики тянут со сдачей работ до последнего дня и к моменту разбора учитель еще не знает, кто и как решил задачи. Таким образом, если, например, на уроке даются задачи 4-го тура, то разбираются задачи 3-го, а полностью проверены задачи только 2-го. Поэтому учителю приходится самому вести разбор решений. Естественно, полезно после собственного рассказа спросить, нет ли желающих дополнить решение, рассказать свое решение и т.п. Можно рискнуть и предложить рассказать решение одной из задач кому-то из учеников. Кроме того, нужно заготовить дополнительные вопросы «на понимание» решения, за них тоже можно давать поощрительные баллы. Если после проверки будут обнаружены красивые решения, то к ним можно вернуться и при разборе задач следующего тура.

На разборе не стоит зачитывать, кто сколько баллов получил, — каждый ученик просто получает свою тетрадку с оценкой. Естественно, ученики могут спросить, почему их решение стоит то или иное количество баллов, но это не должно обсуждаться на уроке, чтобы не отвлекать всех. Для нас оказался неожиданным очень слабый (практически

отсутствующий) интерес учеников к критериям, по которым выставляются оценки. Поэтому мы и не стали выработать формальных критериев, ограничившись общими соображениями.

Пять баллов обычно дается за полное решение, в котором не только дано решение, но и доказано (объяснено), что других решений нет. При этом у учителя обычно есть довольно большой произвол в том, что считать полным решением — идеальной ясности объяснения добиться трудно, особенно в начале игры. Здесь стоит руководствоваться целью игры — научить ребенка решать задачи и получать от этого удовольствие. Кому-то стоит завысить оценку, а кому-то полезна строгость. Важно, что, благодаря правилам игры, повышая оценку одному ученику, мы ничего не отнимаем у другого. Так же обстоит дело и со штрафами за помощь при решении. Как правило, мы снимаем один балл. Но, повторюсь, цель игры — педагогическая, и учителю, проводящему игру, виднее. Главное условие — чтобы не нарушилось ощущение справедливости и чтобы оценки стимулировали ученика.

Таким образом, учитель имеет достаточно гибкую схему выставления баллов и не формально настраивает ее в каждом конкретном случае — в зависимости от данного ученика, общего уровня решений задачи и т.п. Отметим, что можно начислять баллы даже за решения, сданные уже после того, как разбор был проведен, — для некоторых детей запись понятого решения также является серьезной работой.

И, наконец, последнее — учет баллов и награждение. Учитель, естественно, ведет учет баллов. Вести ли его только у себя или завести стенд, на котором будут отмечаться успехи каждого участника, — вопрос выбора учителя. Оба варианта имеют свои достоинства и недостатки.

Наоборот, с награждением победителей все просто — его нужно сделать максимально праздничным для ученика, с вызовом к доске, аплодисментами всего класса и т.п. Сами призы, мне кажется, не должны быть дорогими, скорее — необычными и уникальными. Для игры в центре «Азъ» мы заказали авторучки с надписью «Попробуй — реши!» и инициалами учителей, проводивших игру. Ручки были двух видов — синие (вручались за первые 25 очков) и красные (вручались за вторые 25 очков, то есть когда сумма набранных участником баллов достигала 50 очков). Два ученика, набравшие 75 очков, дополнительно получили книги. Желательно, чтобы никто из участников не остался без награды. Обычно за 6–7 туров каждый участник может набрать 25 очков (из 120–140 возможных). В крайнем случае, можно выдать ученику грамоту, шоколадку — ведь он старался (или она старалась)!

Подбор задач

Перечислим некоторые критерии подбора задач.

1. *Понятность условия.* Условие задачи должно быть понятным. В частности, должно быть понятно, что нужно найти, в чем состоит главный вопрос задачи. В идеале, условие хотя бы одной задачи в туре должно быть понятно участникам на уровне здравого смысла, вне связи со школьной программой.

2. *Доступность решения.* Задача должна допускать решение, которое можно легко объяснить школьнику. Это важно и для того, чтобы школьнику было легче записать свое решение. В решении должна быть прозрачная идея, поняв которую школьник сможет решать сходные задачи.

3. *Серии задач — скорее по идеям, чем по сюжетам.* Умение применять идеи, усвоенные при решении (или разборе) задачи, для решения новых задач — одно из важнейших умений, которым обучает математика. Для того, чтобы тренировать это умение, полезно включать в игру серии задач, объединенных общей идеей (см. «Примеры задач», п. II, III). При этом задачи в серии могут быть связаны общим сюжетом, а могут и не иметь их. Общность сюжета в различных турах имеет скорее психолого-эстетическое значение (это нравится школьникам) и облегчает понимание условий задач.

4. *Задачи-исследования.* Как правило, в школьных задачах требуется ответить на один конкретный вопрос. В жизни это не так. Часто требуется провести исследование, в котором лишь некоторые вопросы сформулированы заранее, а другие возникают по ходу исследования. Формулировка этих вопросов сама по себе является важной частью исследования.

Задачи-исследования требуют от участников значительно больше усилий, чем обычные задачи. Их можно включать в игру в качестве отдельного тура (вместо четырех обычных задач или части их давать задачу-исследование) и, соответственно, оценивать исходя из большего количества баллов. Пример такой задачи приведен в «Примерах задач», п. IV.

Примеры задач

I. Задачи вступительного занятия

(разбирались со всем классом перед объявлением о начале игры и раздачей задач 1-го тура)

1. А. Девочка заменила каждую букву в своем имени ее номером в русском алфавите и записала эти номера подряд. Получилось: 20115333 Как зовут девочку?

Б. Придумайте два имени, которые одинаково записываются цифрами (каждая буква заменяется на ее номер в русском алфавите).

В. Придумайте слово, которое записывается только двойками и единичками.

2. На столе стояли два одинаковых стакана: один с молоком, другой — с чаем. Молока и чаю в стаканах было по 200 г. Из стакана с чаем одну чайную ложку перелили в молоко и аккуратно размешали. Потом одну такую же ложку смеси перелили обратно в чай. Чего оказалось больше — чая в молоке или молока в чае?

3. Из книги выпал кусок, первая страница которого имеет номер 385, а номер последней страницы записывается теми же цифрами. Сколько листов выпало из книги? Ответ объясните.

II. Пример серии задач

с общей идеей и общим сюжетом

1. (1-й тур) Аня, Боря, Вера и Гена поймали 10 майских жуков. Никто из детей не остался без добычи, и все поймали разные количества жуков. Аня поймала больше всех, а маленькая Вера — меньше всех. Кто поймал больше жуков — мальчики или девочки?

2. (2-й тур) Аня, Боря, Вера и Гена поймали 13 майских жуков. Никто из детей не остался без добычи, и все поймали разные количества жуков. Аня поймала больше всех, а маленькая Вера — меньше всех. Сколько поймала Вера? Ответ объясните. На следующий день Вера хвасталась, что они с Аней поймали на 2 жука больше, чем мальчики. Не напутала ли Вера?

III. Пример серии задач

с общей идеей, но с разными сюжетами

1. (1-й тур) Маугли попросил пять обезьян принести ему орехов. Обезьяны набрали орехов поровну и понесли Маугли. По дороге они поссорились и каждая обезьяна бросила в каждую другую по ореху. В результате они принесли Маугли вдвое меньше орехов, чем собрали. Сколько орехов получил Маугли?

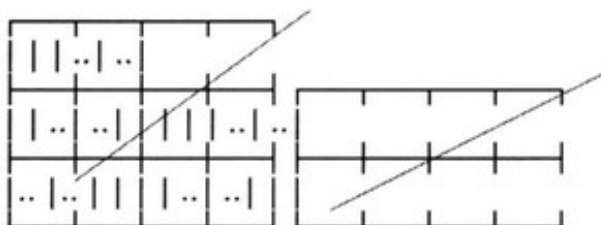
2. (2-й тур) В шахматном турнире играли 10 шахматистов. Все шахматисты сыграли друг с другом по одному разу. В 25 партиях победили белые, в 20 партиях — черные. Сколько партий закончилось вничью?

IV. Пример задачи-исследования

На листе бумаги в клеточку обвели прямоугольник размером 199×991 клеток. Сколько клеточек пересекает диагональ этого прямоугольника? Через сколько узлов (то есть вершин клеточек) проходит диагональ? Ответ объясните.

Попробуйте дать ответ для произвольного размера прямоугольника — размером $M \times N$ клеток.

Примечание. Диагональ пересекает клетку, если она заходит «внутрь» этой клетки, а не просто проходит через вершину.



Например, в прямоугольнике 3×4 диагональ пересекает 6 клеток и проходит только через два узла — противоположные углы прямоугольника. А в прямоугольнике 2×4 диагональ пересекает 4 клетки и проходит через 3 узла.

Подсказка. Попробуй сначала рисовать небольшие прямоугольники. Подсчитай, сколько клеток и вершин пересекает в них диагональ. Наверное, ты заметишь какие-нибудь закономерности. Проверь эти закономерности для нескольких новых прямоугольников. Попробуй доказать (или объяснить), что твои закономерности выполнены для всех прямоугольников. Опиши — какие прямоугольники ты исследовал, какие закономерности обнаружил.

Правила оформления работ

1. Решения сдаются в тонких тетрадях или приносятся по электронной почте в виде файлов в текстовом формате или формате редакторов Word, OpenOffice. Решение каждой задачи начинается с новой страницы.

2. Работа должна быть подписана. Тетрадь подписывается на обложке. В файле подпись должна быть в начале файла.

В подписи нужно указать:

— автора решения (фамилия, имя, адрес для переписки; другие сведения — например, школа и класс, возраст);

— тур игры;

— когда была сдана работа.

Пример

«Попробуй — реши!»

1-й тур

Работа Ивана Иванова (6 «А», Пущинская школа № 3)

Сдана 29 сентября 1994 г.

3. «Идеальное» решение — это решение, в котором:

— указан правильный ответ или ВСЕ правильные ответы (если возможно — несколько ответов);

— доказано (объяснено), что приведенные ответы — правильные и больше ответов нет;

— понятно, как автор работы рассуждал, решая задачу.

Принимаются и приветствуются ЛЮБЫЕ (и не идеальные) решения. Главное — чтобы можно было понять, как рассуждал автор работы.

4. ПОМОЩЬ родителей, учителей, друзей, Гарри Поттера, Чебурашки, Винни Пуха и всех остальных РАЗРЕШЕНА!

Единственное условие. В начале решения соответствующей задачи нужно указать: «Я советовался с папой», или «Мама объяснила мне решение, но я все поняла и пишу решение сама», или «Я решил сам, но учительница проверила работу». Решение без пояснения о полученной помощи (или о том, что никакой помощи не было) не принимаются. Такие решения возвращаются (потом их можно снова сдать, добавив нужное пояснение). Если возможности вернуть решения нет, то считается, что задача решена СОВЕРШЕННО НЕсамостоятельно. Естественно, самостоятельное решение оценивается более высоко.

Желаем успеха!

Заключение

Попробуем подвести итоги и сформулировать новые вопросы. Игры и соревнования — естественное (как нам кажется) состояние ребенка. В то же время использование соревнования в учебе — вещь опасная, чреватая психологическими травмами. В игре «Попробуй — реши!» мы попытались использовать сильные стороны игры, сведя риск «травматизма» к минимуму. Другие темы, которых касается игра «Попробуй — реши!», — это воспитание у ребенка интеллектуальной честности и взаимоотношения ребенка и родителей в связи с обучением.

И, наконец, вопросы, с которых все начиналось. Почему одни дети с удовольствием решают математические задачи, а другие (с таким же или более высоким уровнем общего развития) шарахаются от таких задач? Как снять у этих последних страх перед математикой? Как привлечь их к математике и, шире, к логико-математическому творчеству? Нужно ли это делать? Кто-нибудь, дай ответ! Не дает ответа...