



# ЕГЭ

## по информатике

### 4 часа без компьютера

#### [попытка обзора]

М.А. Ройтберг

[mroytberg@lpm.org.ru](mailto:mroytberg@lpm.org.ru),

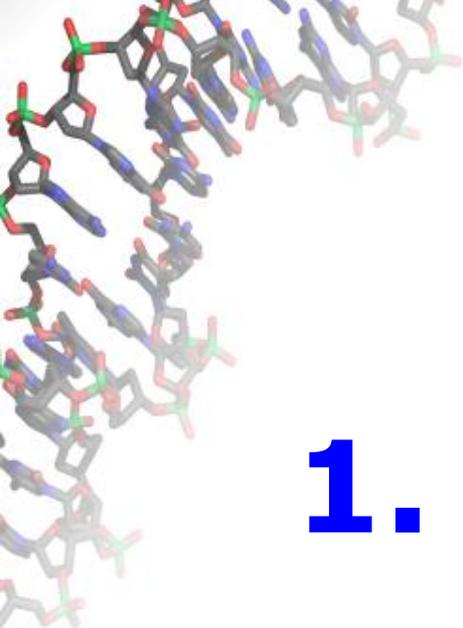
[ege-go.ru](http://ege-go.ru)

*10 февраля 2016*

*АСОУ, Москва*

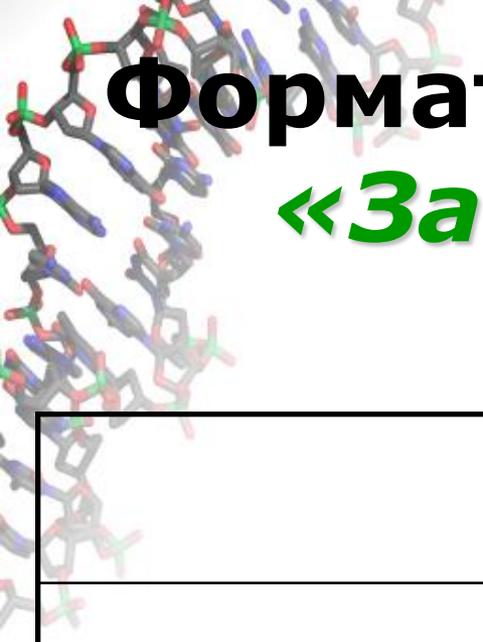
# ПРИНЦИПЫ

- Минимизировать риск случайных ошибок
- Дать преимущество тем, кто «в теме»: задача имеет «лобовое» решение, но имеет и красивое, менее трудоемкое
- Анти-натаскивание:
  - вариативность заданий относительно демо-версии;
  - лучшая подготовка – знать курс информатики
- Наличие заданий разной сложности (в том числе – простых)



# **1. Общие сведения**

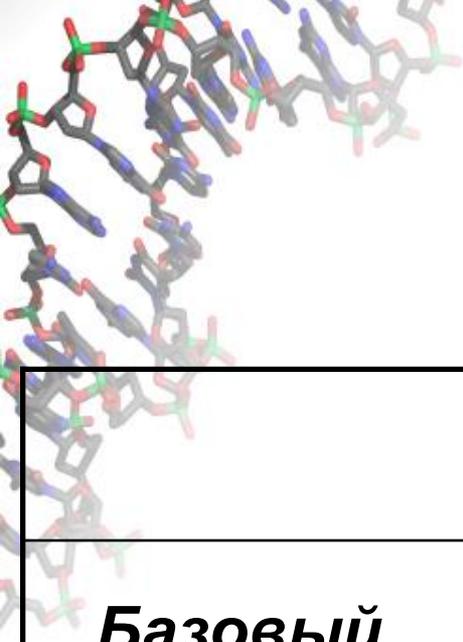
## **1.1. Сколько чего**



# Формат и количество заданий «Зачет»: 6 баллов (2015)

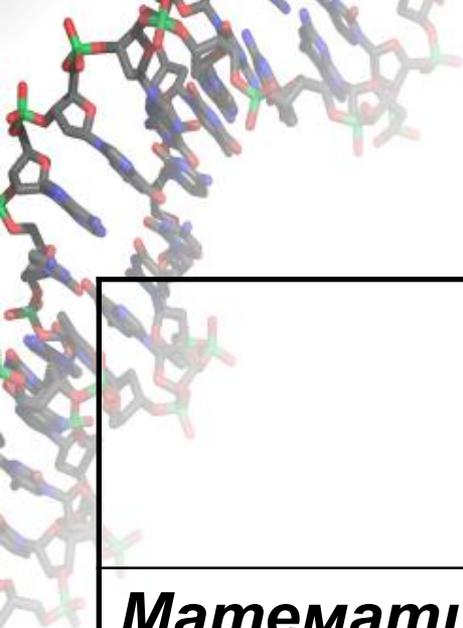
8 баллов (2014 и ранее)

	2016	2015	2012
<i>Выбор ответа (A)</i>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>13</b>
<i>Краткий ответ (B)</i>	<b>23</b>	<b>20</b>	<b>15</b>
<i>Развернутый ответ (C)</i>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
<b>Всего</b>	<b>27</b>	<b>27</b>	<b>32</b>



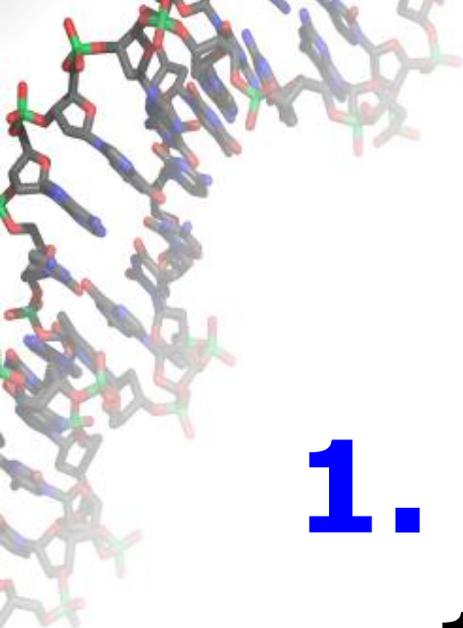
# Уровень сложности «Зачет»: 6 баллов

	2016	2015	2012
<i>Базовый</i>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<i>Повышенный</i>	<b>11 (5+6)</b>	<b>11 (5+6)</b>	<b>15</b>
<i>Высокий</i>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
<i>Всего</i>	<b>27</b>	<b>27</b>	<b>32</b>



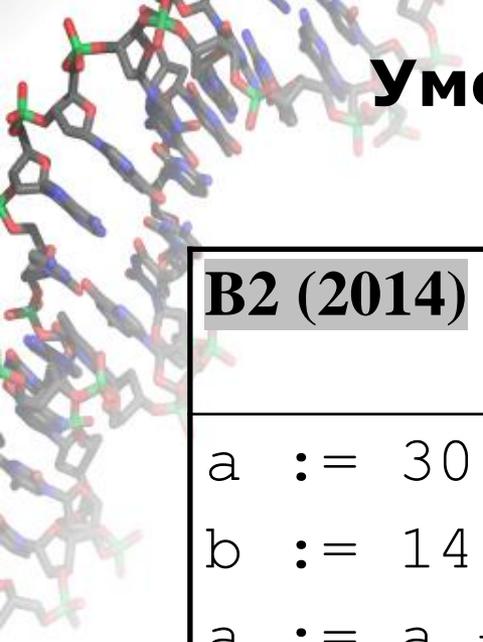
# Темы заданий

	<b>2016</b>	<b>2012</b>	<b>2011</b>
<b><i>Математические основы информатики</i></b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>16</b>
<b><i>Алгоритмы</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>9</b>
<b><i>Технологии</i></b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>7</b>
<b><i>Всего</i></b>	<b>27</b>	<b>32</b>	<b>32</b>



# **1. Общие сведения**

## **1.2. Заданий стало меньше**

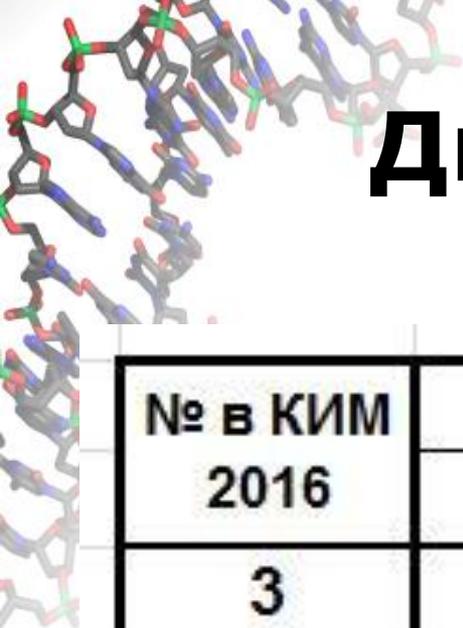


# Уменьшение количества заданий

## а) убрали 1 задание

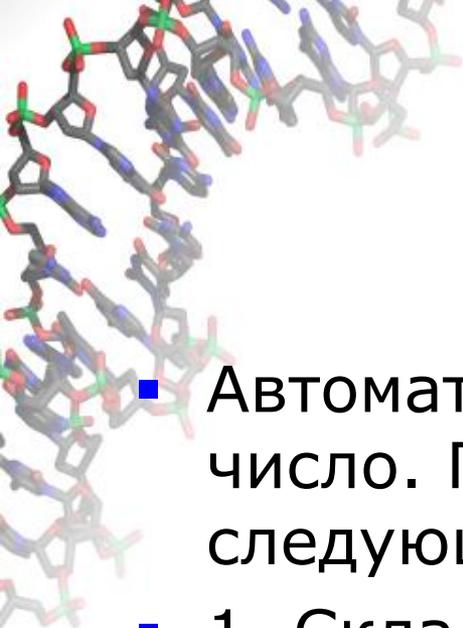
B2 (2014)	B5 (2014)
<pre>a := 30; b := 14; a := a - 2 * b; if a &gt; b then     c := b + 2 * a else     c := b - 2 * a;</pre>	<pre>var n, s: integer; begin     n := 0;     s := 0;     while s &lt;= 35 do     begin         n := n + 1;         s := s + 4     end;     write(n) end.</pre>





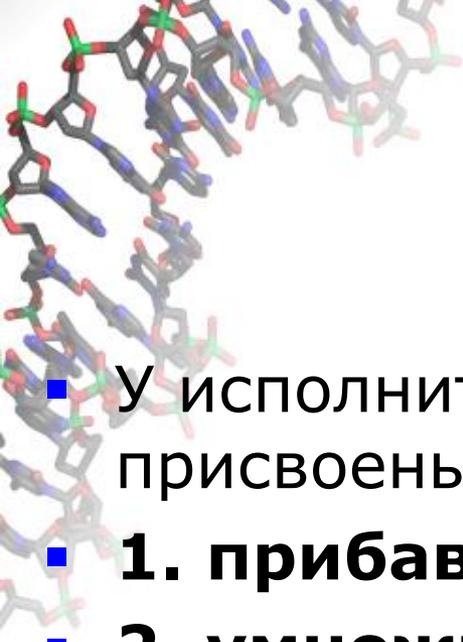
# Двойные позиции

№ в КИМ 2016	№2014		Темы	
	Х	У	Х	У
3	A4	A6	БД	Маски файлов
6	A5	B1	Анализ алгоритма	Линейная програма для исполнителя
7	A7	B3	Эл.таб. - формулы	Эл.таб. - диаграммы
9	A8	B10	Дискрети- зация	Передача данных



## Задание 6-Х (А5)

- Автомат получает на вход четырехзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.
- 1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвертая цифры исходного числа.
- 2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).
- Пример. Исходное число: 3165. Суммы:  $3+1 = 4$ ;  $6+5 = 11$ . Результат: 114.
- Укажите наименьшее число, в результате обработки которого, автомат выдаст число 1311

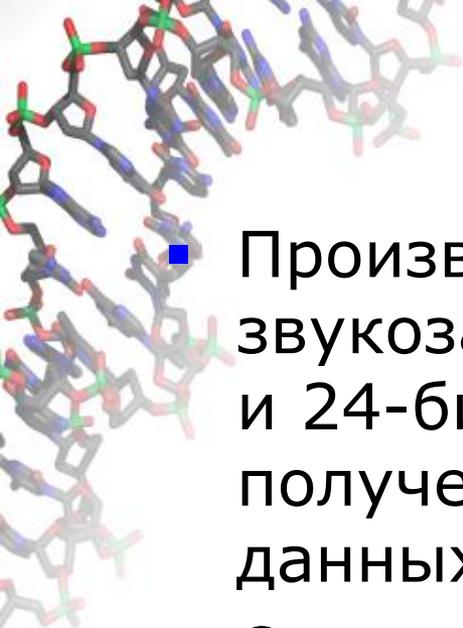


## Задание 6-У (В1)

- У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:
  - **1. прибавь 1,**
  - **2. умножь на 2.**

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая удваивает его.

Запишите порядок команд в программе преобразования **числа 3 в число 63**, содержащей не более 8 команд, указывая лишь номера команд. Если таких программ более одной, то запишите любую из них

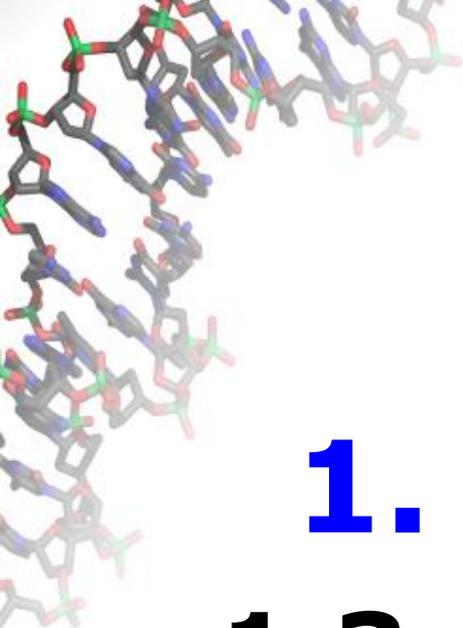


## Задание 9-Х (А8)

- Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 120 Мбайт, сжатие данных не производилось.
- Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись?
- В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число кратное 5

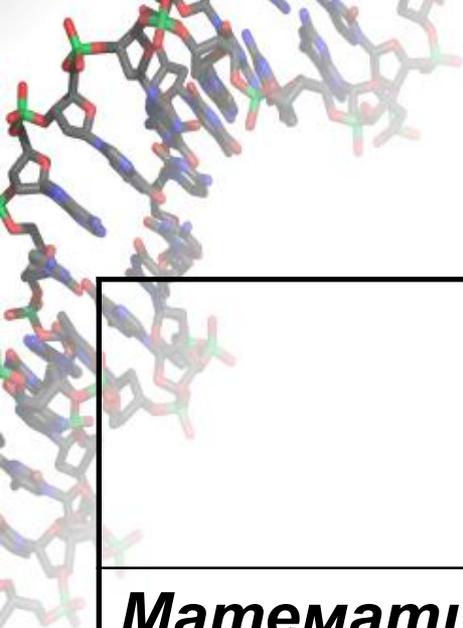
## Задание 9-У (В10)

- Документ объёмом 40 Мбайт можно передать с одного компьютера на другой двумя способами:
- А. Сжать архиватором, передать архив по каналу связи, распаковать.
- Б. Передать по каналу связи без использования архиватора.
- Какой способ быстрее и насколько, если:
- средняя скорость передачи данных по каналу связи составляет  $2^{23}$  бит в секунду;
- объём сжатого архиватором документа равен 90% исходного;
- время, требуемое на сжатие документа, – 16 секунд, на распаковку – 2 секунды?
- В ответе напишите букву А или Б (способ передачи), после буквы напишите число обозначающее, на сколько секунд один способ быстрее другого



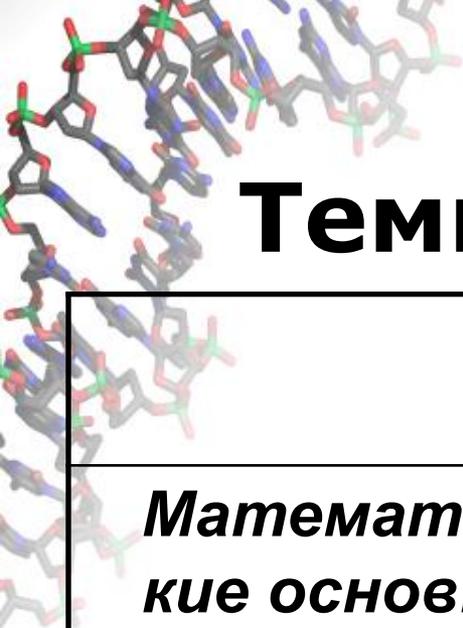
# **1. Общие сведения**

## **1.3. Содержание заданий**



# Темы заданий

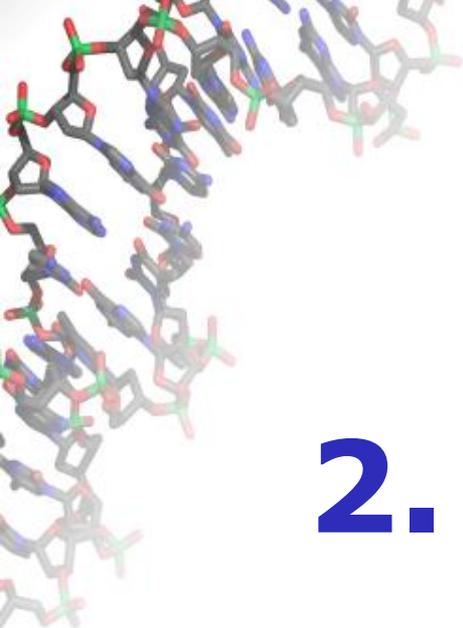
	<b>2016</b>	<b>2012</b>	<b>2011</b>
<b><i>Математические основы информатики</i></b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>16</b>
<b><i>Алгоритмы</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>9</b>
<b><i>Технологии</i></b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>7</b>
<b><i>Всего</i></b>	<b>27</b>	<b>32</b>	<b>32</b>



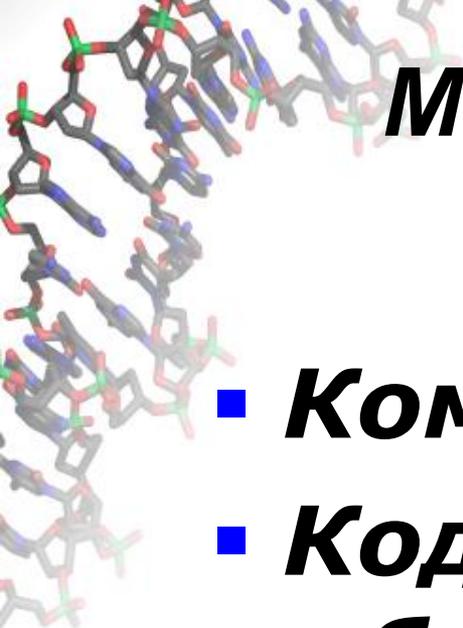
# Темы и уровни сложности

	<i>Высокий</i>	<i>Повышенный</i>	<i>Базовый</i>	Всего
<i>Математические основы информатики</i>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>11</b>
<i>Алгоритмы</i>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>11</b>
<i>Технологии</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Всего</b>	<b>4</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	





## **2. Математические ОСНОВЫ информатики**



# **Математические основы информатики**

- **Комбинаторика**
- **Кодирование (в том числе  
- биты, байты)**
- **Системы счисления**
- **Графы, деревья, списки**
- **Логика**

# Математические основы

№ в КИМ	Уровень сложности	Тип	Тема
10	Б	А	Комбинаторика
11	Б	В	Кодирование - неравномерные коды
13	П	В	Кодирование - равномерные коды, биты, байты
4	Б	В	Системы счисления – двоичная
16	П	В	Системы счисления - общего вида
5	Б	В	Графы - матрица смежности.
15	П	В	Графы - подсчет числа путей
2	Б	А	Логика - таблицы истинности
18	П	В	Логика – преобр. лог. выражений
23	В	В	Логика - системы уравнений
25	В	С	Стратегии

## 2.1. Комбинаторика

	X	Y	Z
A	AX	AY	AZ
B	BX	BY	BZ
C	CX	CY	CZ
D	DX	DY	DZ

Количество пар:  $P = N_1 * N_2$

Количество троек:  $T = N_1 * N_2 * N_3$

Количество слов длины  $k$   
в алфавите из  $N$  букв:

$$W(N, k) = \underbrace{N * \dots * N}_{k \text{ раз}} = N^k$$

**Формулы перемножения и сложения количества вариантов.**

**Количество текстов данной длины в данном алфавите.**

Перестановки, размещения и сочетания.



## 2.1. Комбинаторика

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **67**



## 2.1. Комбинаторика

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **67**

Идея решения:

Количество слов длины 2 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 = 4^2 = 16$

Количество слов длины 3 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$



## 2.1. Комбинаторика

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **67**

Идея решения:

Количество слов длины 2 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 = 4^2 = 16$

Количество слов длины 3 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

**Количество слов длины 4, которые начинаются с К:  $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$**

65-е слово: ЛККК



## 2.1. Комбинаторика

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **67**

Идея решения:

Количество слов длины 2 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 = 4^2 = 16$

Количество слов длины 3 в 4-буквенном алфавите:  $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

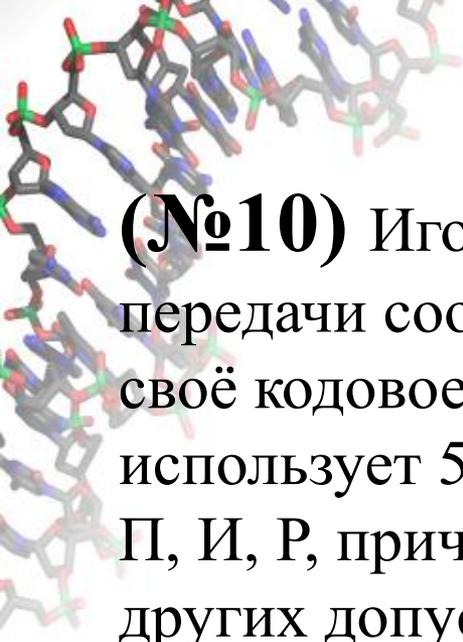
**Количество слов длины 4, которые начинаются с К:  $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$**

65-е слово: ЛККК

66-е слово: ЛККЛ

**67-е слово: ЛККР**





## 2.1. Комбинаторика

**(№10)** Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

## 2.1. Комбинаторика

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Идея решения

Есть 4 «шаблонов» кодового слова – в зависимости от того, где стоит П: Пхххх; хПххх; ххПхх; хххПх; ххххП

На месте Х может стоять либо И, либо Р. Поэтому каждому шаблону соответствует  $2^4 = 16$  возможных кодовых слов. А всем 5 шаблонам соответствует  $5 * 16 = 80$  слов.

## 2.1. Комбинаторика

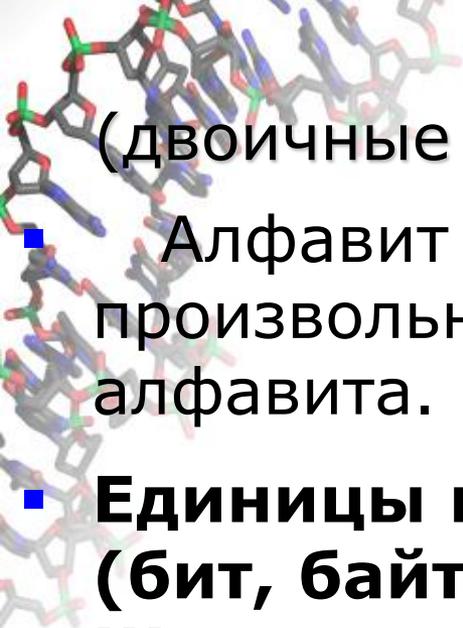
Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Идея решения

Есть 4 «шаблонов» кодового слова – в зависимости от того, где стоит П: Пхххх; хПххх; ххПхх; хххПх; ххххП

На месте Х может стоять либо И, либо Р. Поэтому каждому шаблону соответствует  $2^4 = 16$  возможных кодовых слов. А всем 5 шаблонам соответствует  $5 * 16 = 80$  слов.

**!!! Одно слово не может соответствовать двум шаблонам –  
!!! - буква П в слове ровно одна.**



## 2.2. Кодирование – 1

(двоичные тексты, биты, байты равномерные коды

- Алфавит - конечное множество символов. Текст — произвольная последовательность символов данного алфавита. **Двоичные тексты.**

- **Единицы измерения длины двоичных текстов (бит, байт, производные единицы).**

- **Шестнадцатеричное представление двоичных текстов.**

- **Битовые операции с двоичными текстами**

- **Посимвольное кодирование текста. Кодовое слово. Кодовая таблица. Декодирование.**

- **Посимвольное равномерное двоичное кодирование текста. 7-битная кодовая таблица ASCII; 8-битные кодовые таблицы для кодирования текстов, включающих символы латиницы и кириллицы.**

- **Стандарт Unicode.**



## 2.2. Кодирование - 1

### ПРИМЕР (№13)

- При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Ш, К, О, Л, А (таким образом, используется 5 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).
- Укажите объём памяти в байтах, отводимый этой системой для записи 30 паролей.

## Кодирование - 2

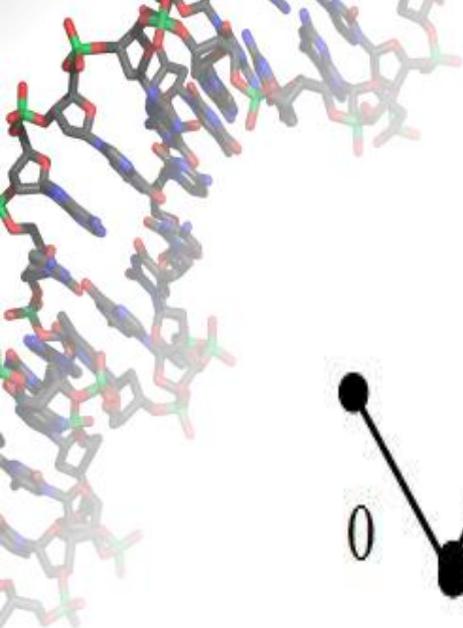
- Неравномерное кодирование.  
Возможность однозначного декодирования. Префиксные коды. Условие Фано.
- Код, обеспечивающий по возможности меньшую среднюю длину сообщения при известной частоте символов.
- Коды, исправляющие ошибки.

## Кодирование - 2

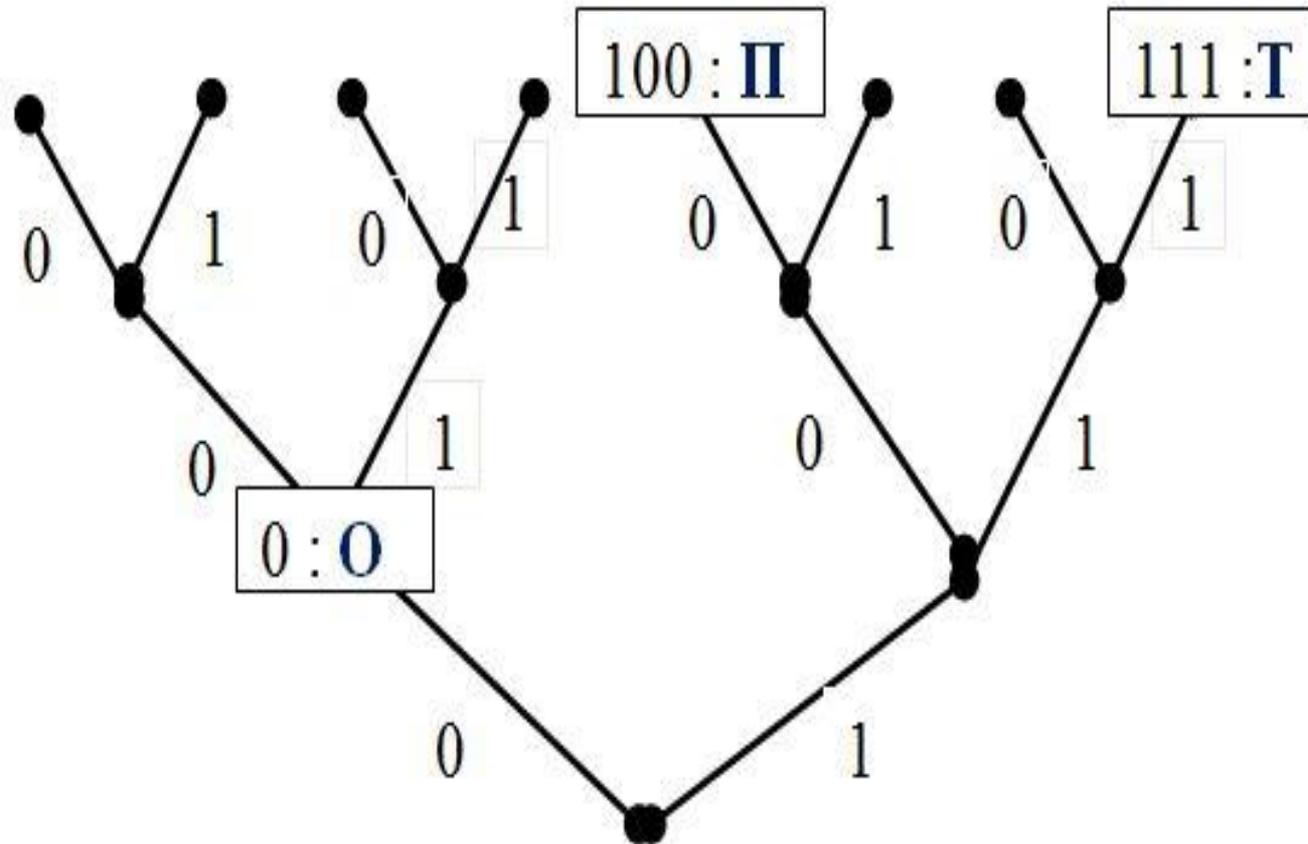
- Неравномерное кодирование. Возможность однозначного декодирования. Префиксные коды. Условие Фано.

### ПРИМЕР (№5)

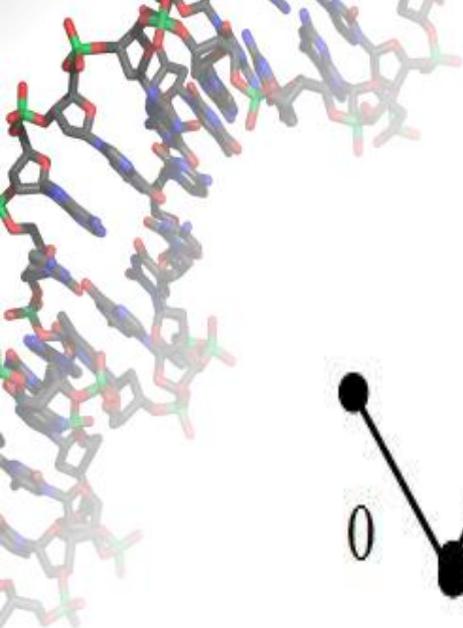
- По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100.
- Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.
- Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.



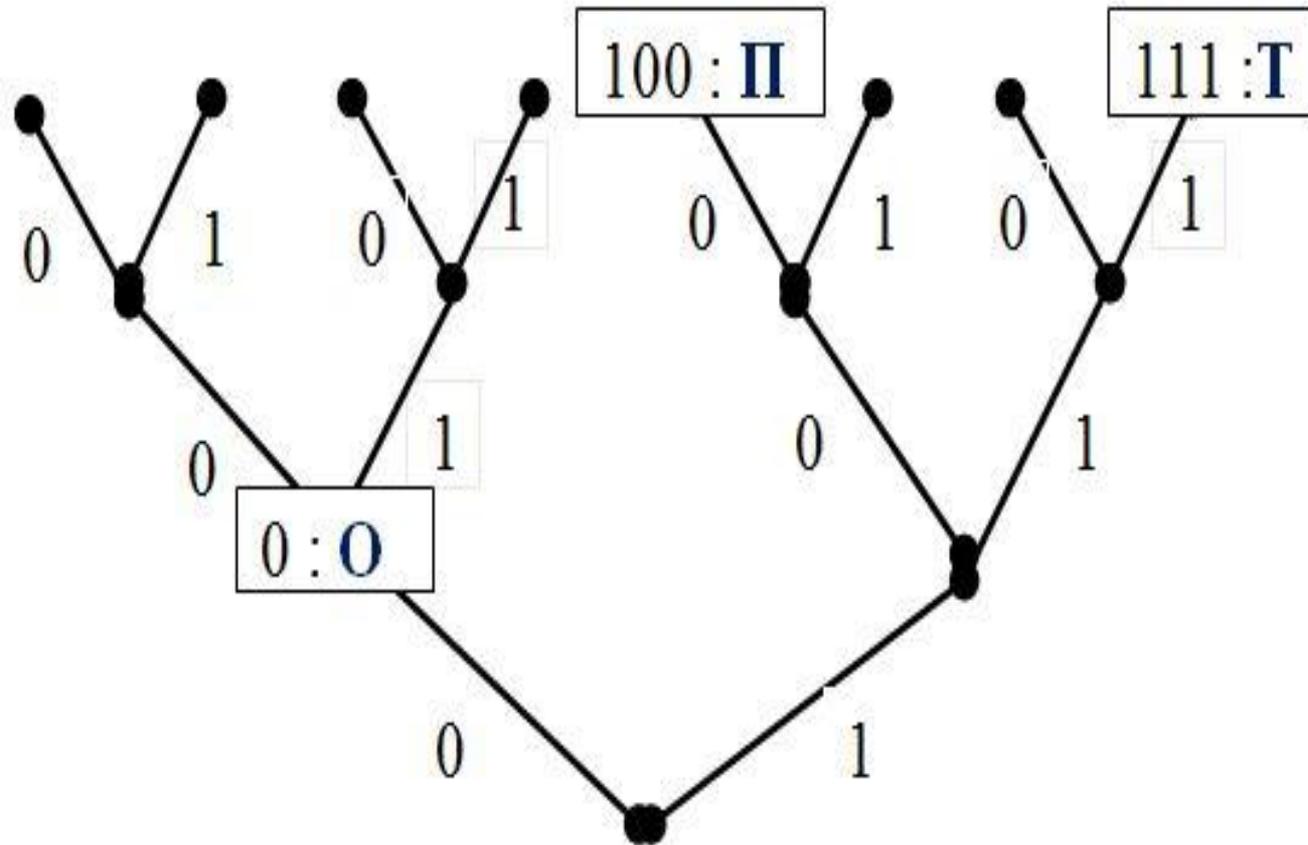
**O – 0; Π – 100; T – 111; C – ?**



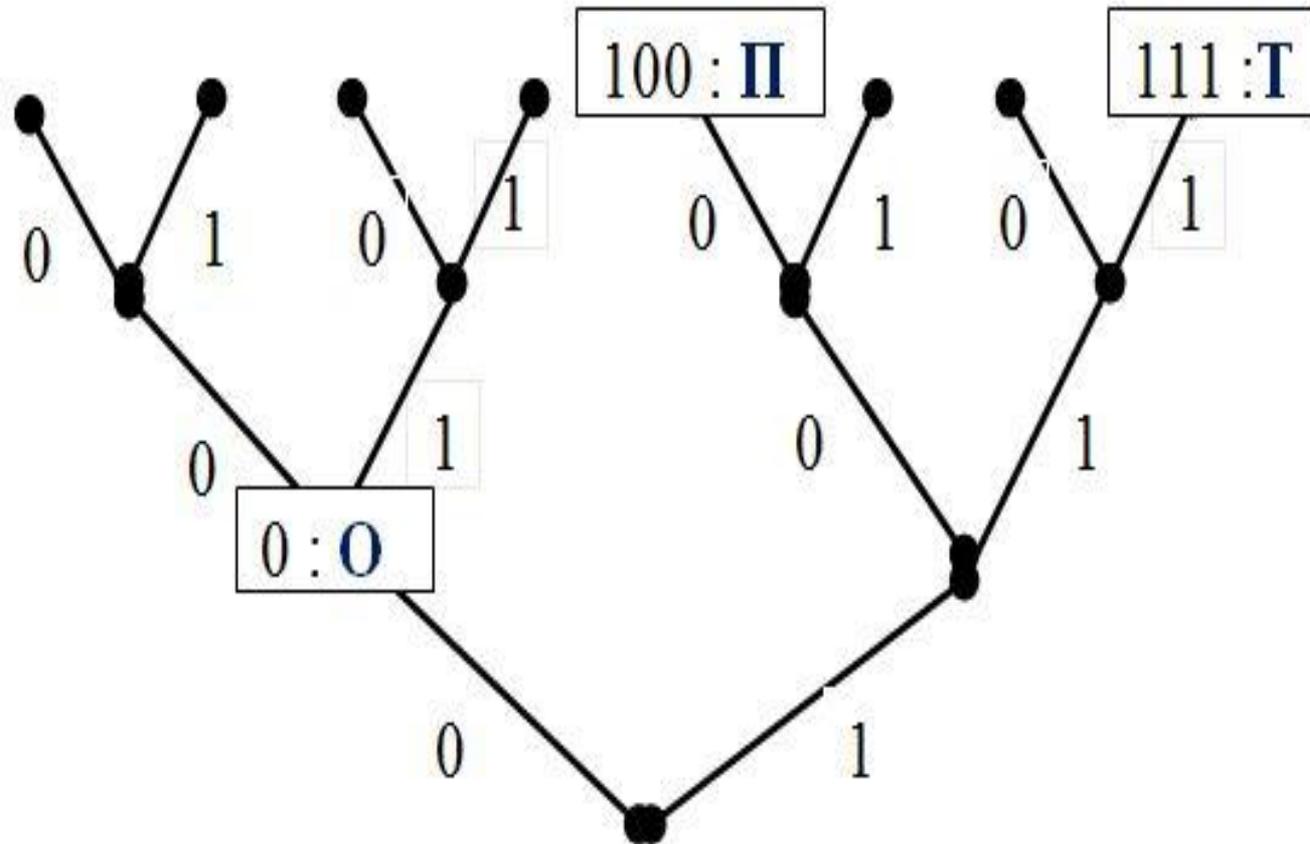




**O – 0; Π – 100; T – 111; C – ?**



**О – 0; П – 100; Т – 111; С – ?**

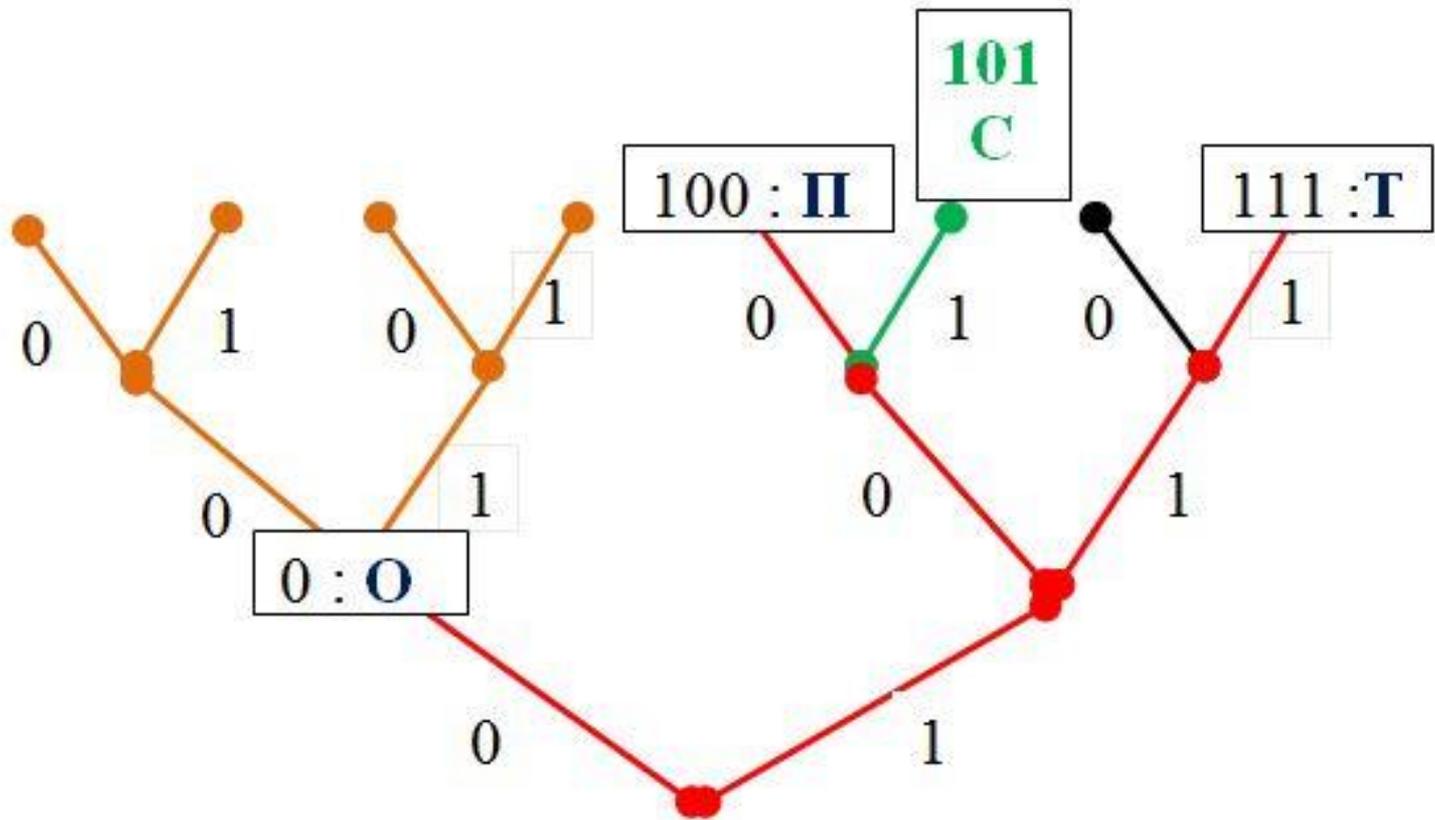


Условие Фано: ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.





**О – 0; П – 100; Т – 111; С – ?**



Условие Фано: ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. **НАЧАЛА КОДОВЫХ СЛОВ ЗАПРЕЩЕНЫ!**  
**ПРОДОЛЖЕНИЯ КОДОВЫХ СЛОВ ТОЖЕ ЗАПРЕЩЕНЫ!**

## Еще пример

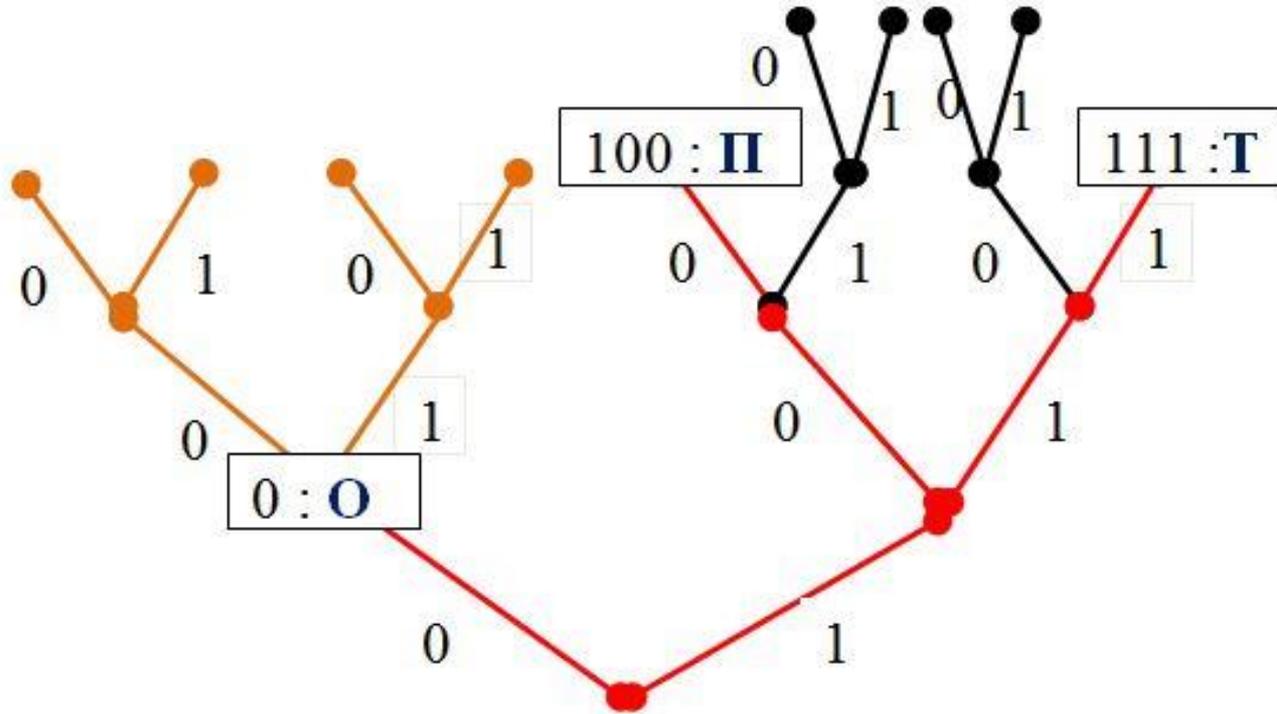
- По каналу связи передаются сообщения, содержащие только **шесть** букв: **Н, П, О, Р, С, Т**; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100.
- Какова минимальная общая длина кодовых слов для всех шести букв?
- Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.





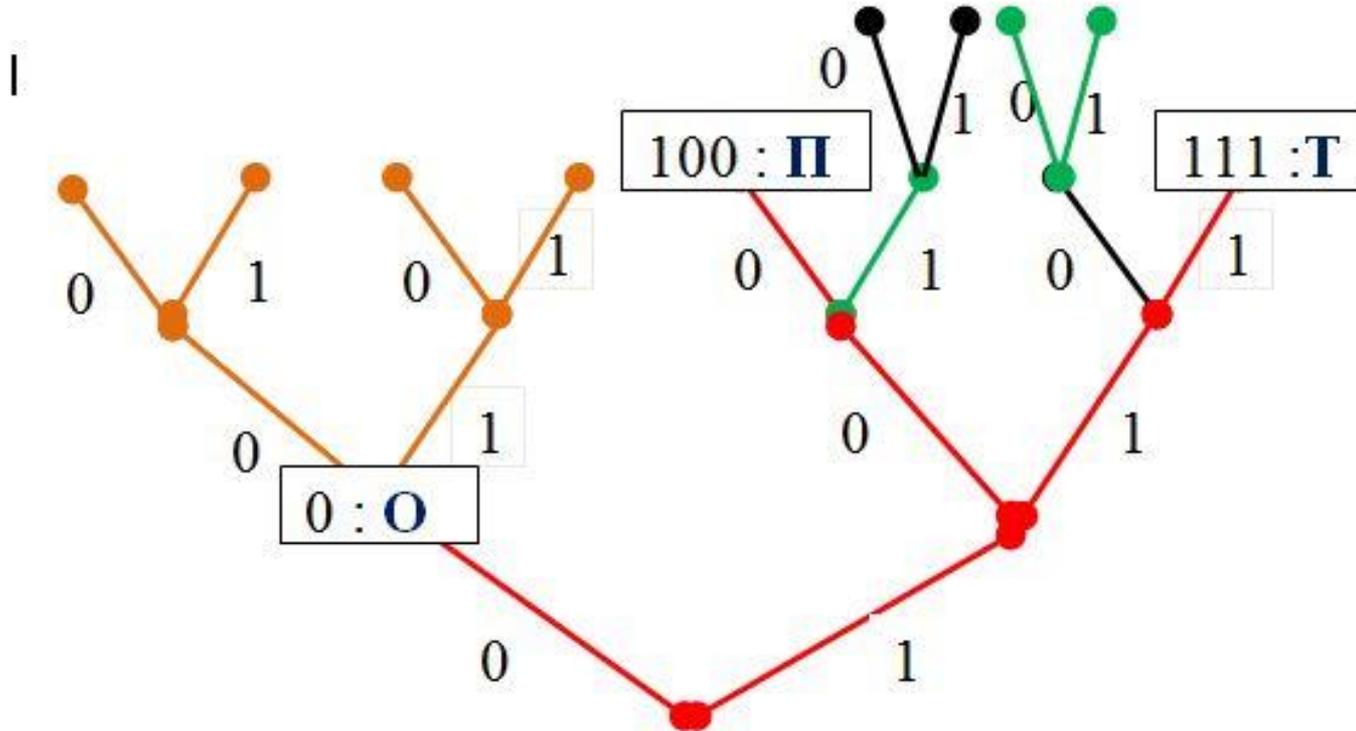


**О – 0; П – 100; Т – 111; Н, Р, С – ?**

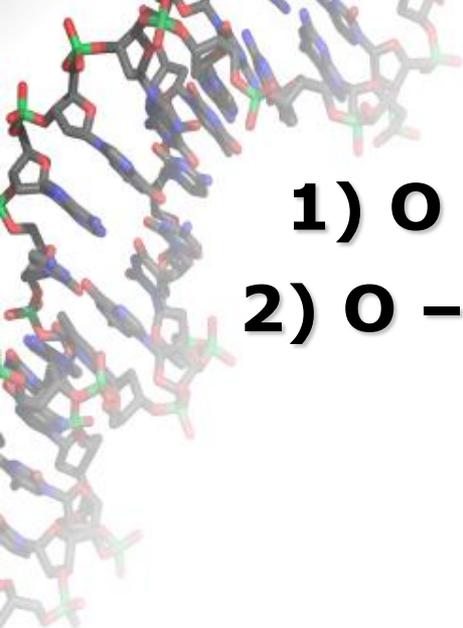


Условие Фано: ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. **НАЧАЛА КОДОВЫХ СЛОВ ЗАПРЕЩЕНЫ!**  
**ПРОДОЛЖЕНИЯ КОДОВЫХ СЛОВ ТОЖЕ ЗАПРЕЩЕНЫ!**<sup>41</sup>

**O - 0; П - 100; Т - 111; H, P, C - ?**

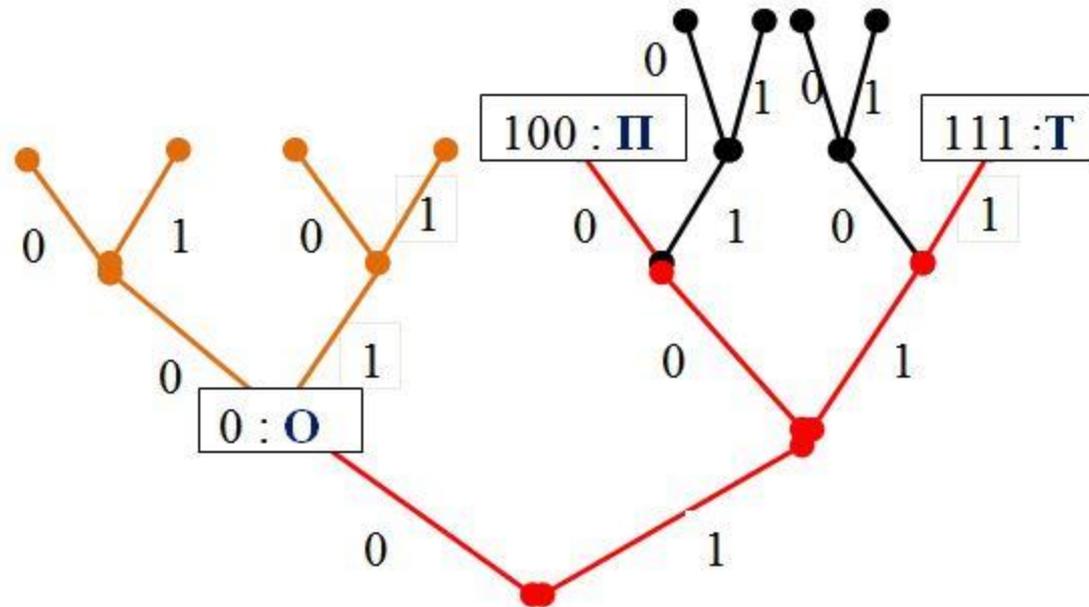


Длины кодовых слов:  $1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 = 18$

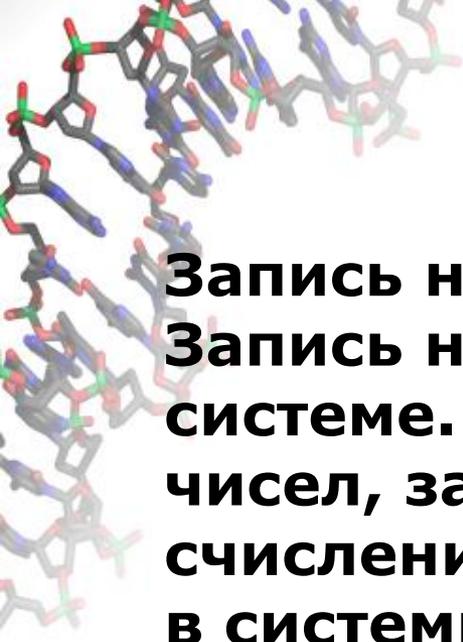


## Упражнения:

- 1) О – 0; П – 100; Т – 111; Н, Р, С, Т – ?  
2) О – 0; П – 100; Т – 111; Н, Р, С, Т, У – ?



Длины кодовых слов:  $1 + 3 + 3 + ???$

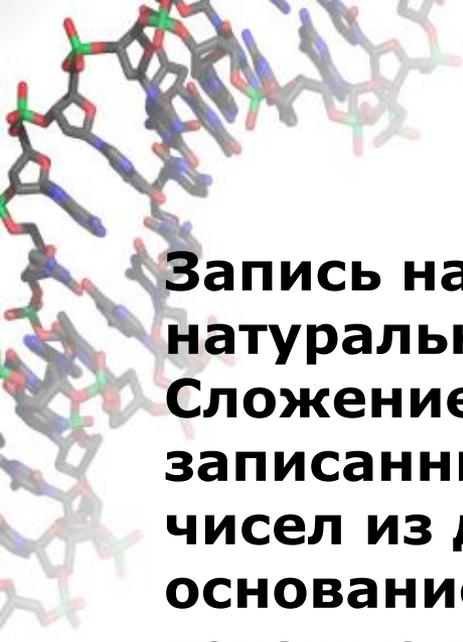


## 2.3. Системы счисления -1 (основание 2, 8, 16)

**Запись натуральных чисел в 2-чной системе. Запись натуральных чисел в 8-чной и 16-чной системе. Сложение и вычитание натуральных чисел, записанных в двоичной системе счисления. Перевод чисел из двоичной системы в системы счисления с основанием 8 и 16 и обратно. Задание целых чисел с помощью дополнительного двоичного кода.**

ПРИМЕР (**№1**).

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519?



## 2.3. Системы счисления -1 (основание 2, 8, 16)

**Запись натуральных чисел в 2-чной системе. Запись натуральных чисел в 8-чной и 16-чной системе. Сложение и вычитание натуральных чисел, записанных в двоичной системе счисления. Перевод чисел из двоичной системы в системы счисления с основанием 8 и 16 и обратно. Задание целых чисел с помощью дополнительного двоичного кода.**

**ПРИМЕР (№1).**

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519?

Идея решения:  $519 = 512 + 7 = 1000000000 + 111 - 4$  единицы.

Можно просто переводить в 2-чную систему, но это дольше 😊

## Системы счисления -2

### (позиционные системы счисления общего вида)

Запись натуральных чисел в позиционной системе с заданным основанием. Сложение и вычитание натуральных чисел, записанных в позиционной системе счисления. Свойства позиционной записи (примеры: количество цифр в записи числа, ноль в конце записи).

ПРИМЕР 1 (демо).

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

ПРИМЕР 2

Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления

## Системы счисления -2

### (позиционные системы счисления общего вида)

Запись натуральных чисел в позиционной системе с заданным основанием. Сложение и вычитание натуральных чисел, записанных в позиционной системе счисления. Свойства позиционной записи (примеры: количество цифр в записи числа, ноль в конце записи).

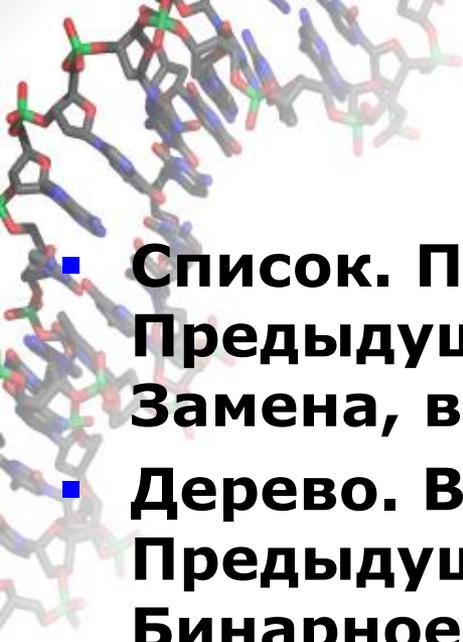
ПРИМЕР 1 (демо-2015).

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

ПРИМЕР 2

Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления



## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- **Список.** Первый элемент, последний элемент. Предыдущий элемент, следующий элемент. Замена, вставка и удаление элемента.
- **Дерево.** Вершина, корень, лист, Поддерево. Предыдущая вершина. Следующие вершины. Бинарное дерево. Высота дерева. Частичный порядок на множестве вершин. Генеалогическое дерево. Префиксное дерево.
- **Граф.** Вершина, ребро, путь. Ориентированные и неориентированные графы. Начальная вершина (источник) и конечная вершина (сток) в ориентированном графе. Веса ребер. Вес пути. Понятие минимального пути. Матрица смежности (с весами ребер). Расстояние между вершинами. Диаметр графа



## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- **Граф. ... Веса ребер. Вес пути. Понятие минимального пути. Матрица смежности (с весами ребер).**

- **ПРИМЕР 1**

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е, F, G построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.

	A	B	C	D	E	F	G
A		5		12			25
B	5			8			
C				2	4	5	10
D	12	8	2				
E			4				5
F			5				5
G	25		10		5	5	

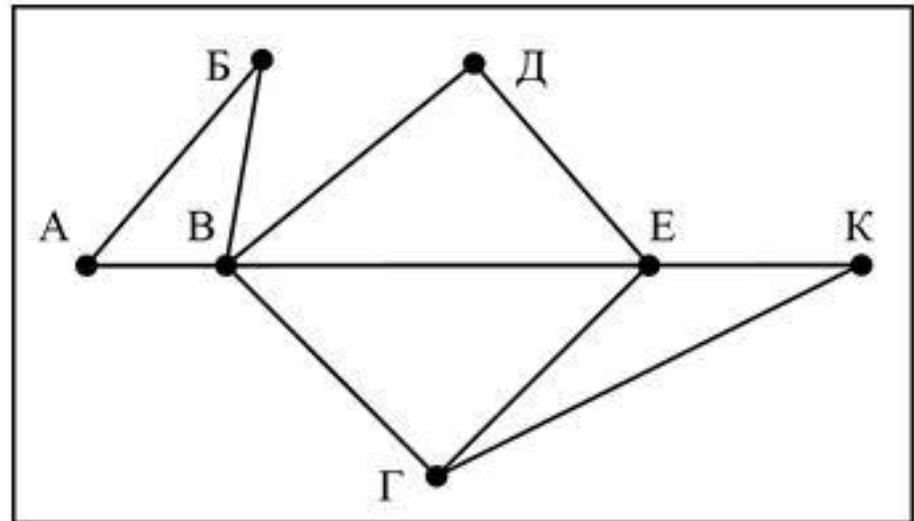
Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и G (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

### ■ ПРИМЕР 2 (№ 3)

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1		45		10			
п2	45			40		55	
п3					15	60	
п4	10	40				20	35
п5			15			55	
п6		55	60	20	55		45
п7				35	45		



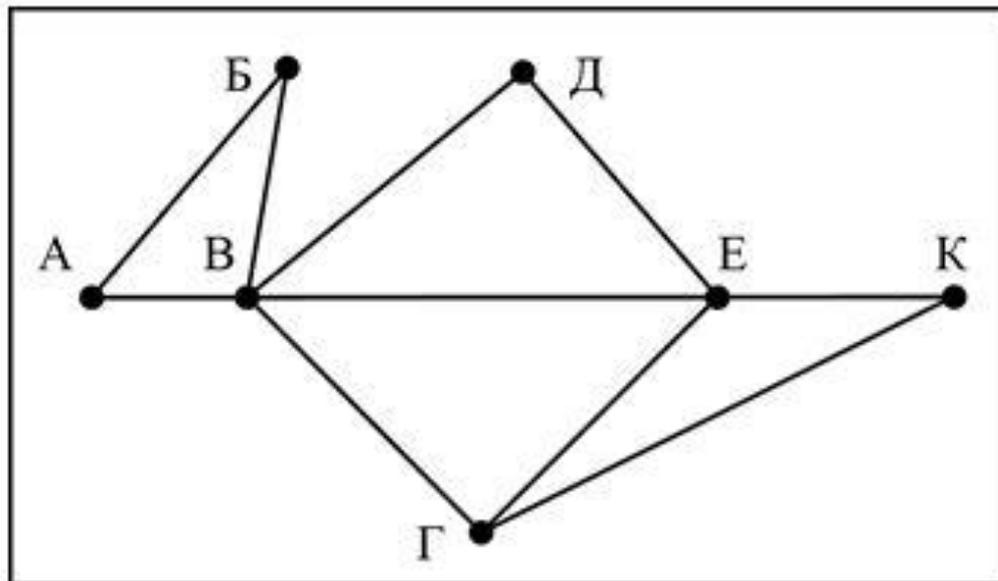
Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

### ■ ПРИМЕР 2 (№ 3)

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
А	2	П1	2
Б	2	П2	3
В	5	П3	2
Г	3	П4	4
Д	2	П5	2
Е	4	П6	5
К	2	П7	2

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	

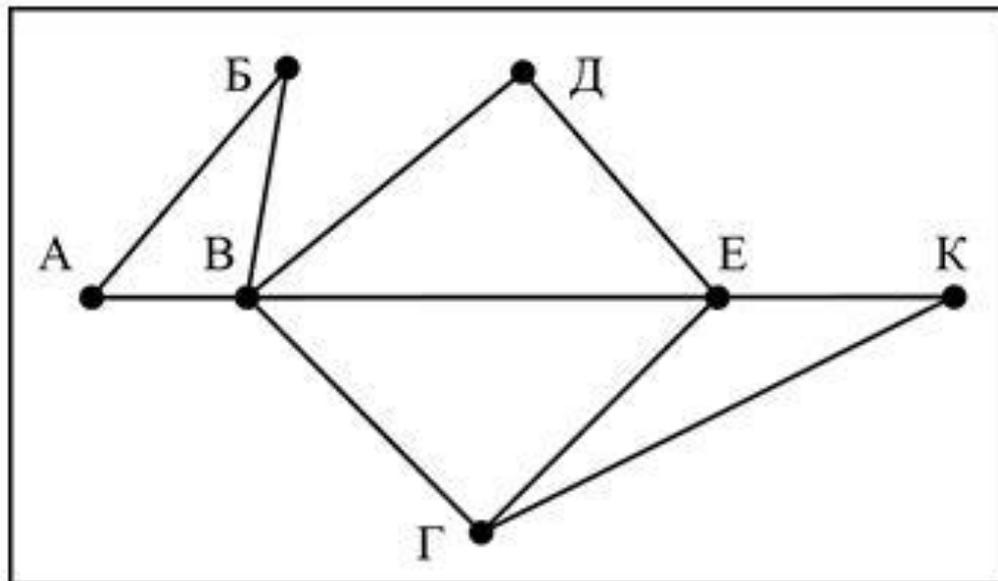


## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

### ■ ПРИМЕР 2 (№ 3)

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
А	2	П1	2
Б	2	П2	3
В	5	П3	2
Г	3	П4	4
Д	2	П5	2
Е	4	П6	5
К	2	П7	2

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	

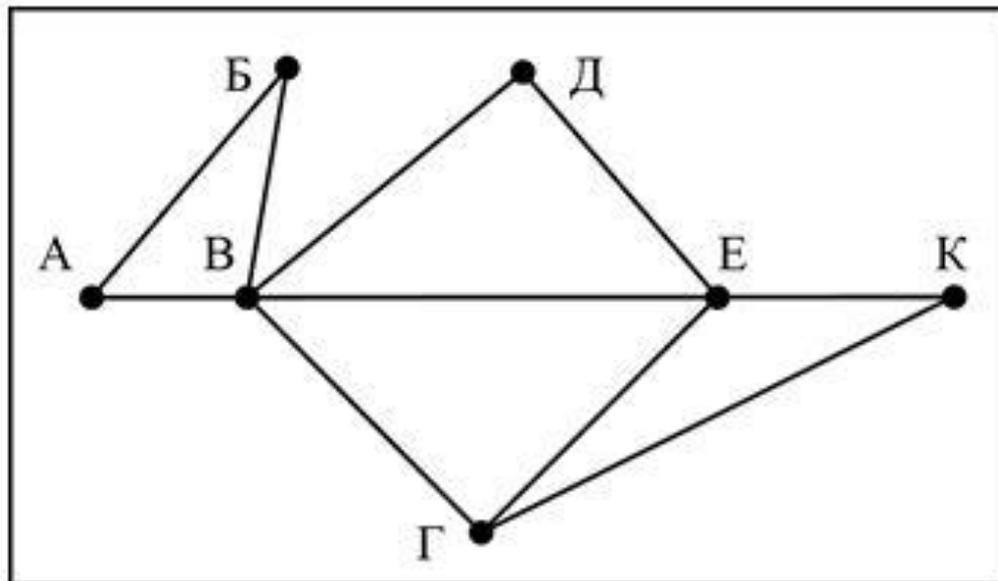


## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

### ■ ПРИМЕР 2 (№ 3)

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
В	5	П6	5
Е	4	П4	4
Г	3	П2	3
А	2	П1	2
Б	2	П3	2
Д	2	П5	2
К	2	П7	2

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

### ■ ПРИМЕР 2 (№ 3)

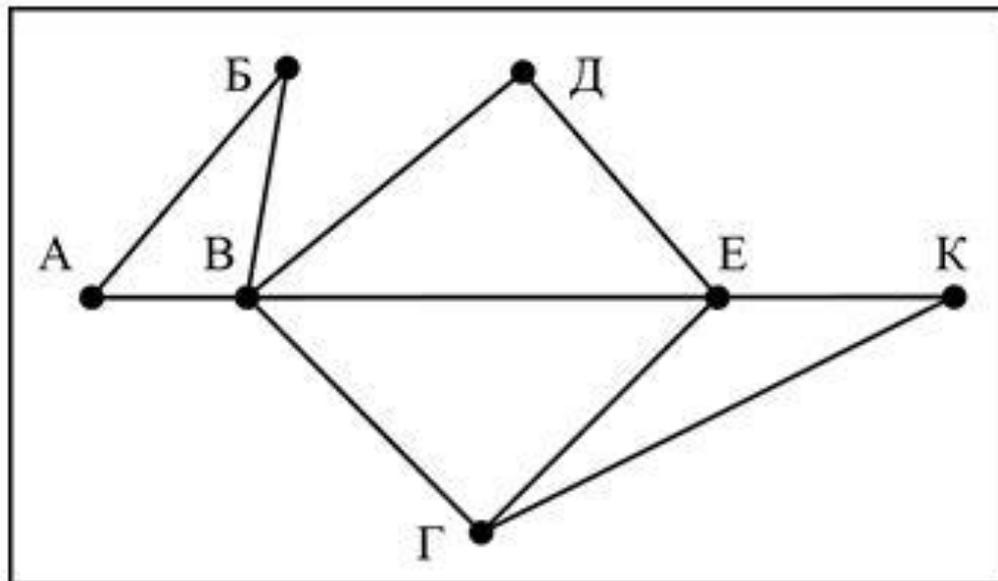
■  $BE = 20$

■  $BG = 55$

■  $GE = 40$

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
В	5	П6	5
Е	4	П4	4
Г	3	П2	3
А	2	П1	2
Б	2	П3	2
Д	2	П5	2
К	2	П7	2

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	

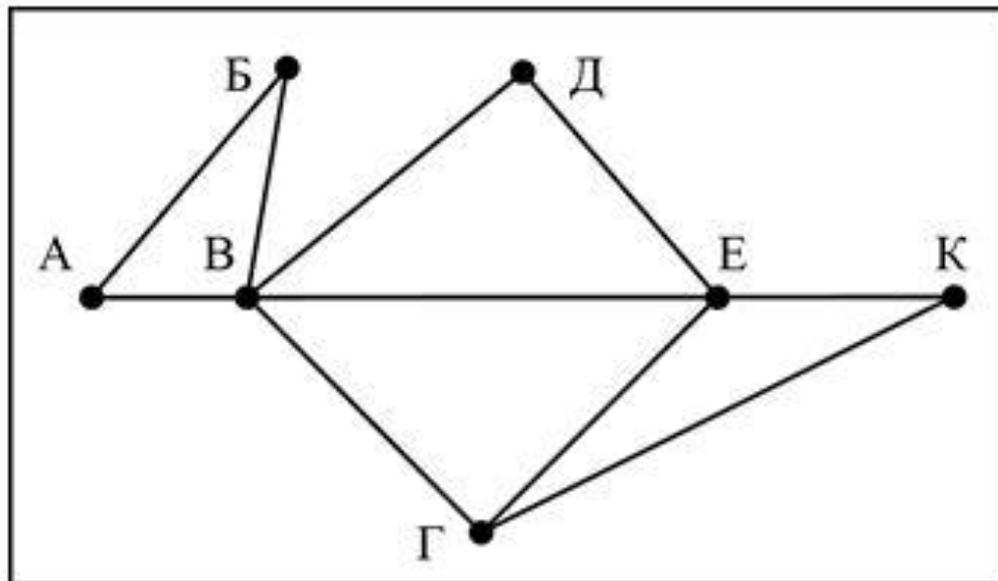


## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- ПРИМЕР 2 (№ 3)
- Как различить
- А, Б, Д, К?

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
В	5	П6	5
Е	4	П4	4
Г	3	П2	3
А	2	П1	2
Б	2	П3	2
Д	2	П5	2
К	2	П7	2

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	

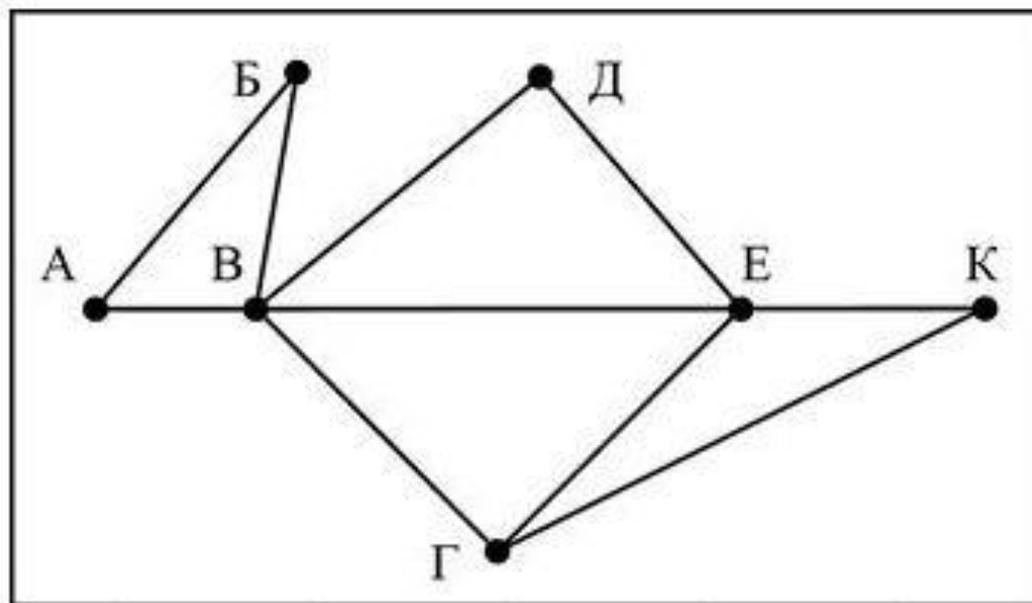


## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

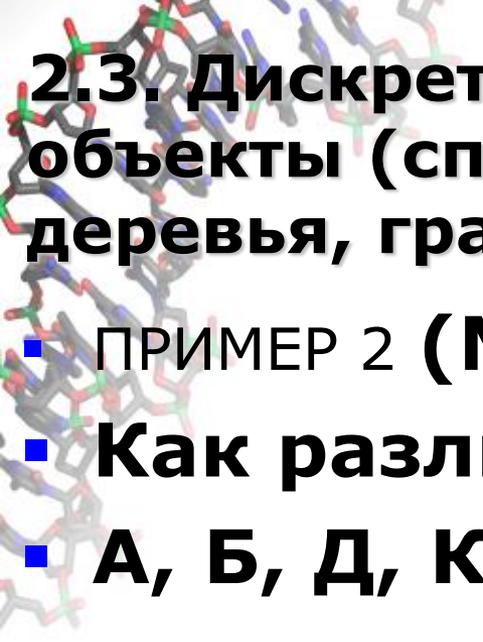
- ПРИМЕР 2 (№ 3)
- Как различить
- А, Б, Д, К?

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
В	5	П6	5
Е	4	П4	4
Г	3	П2	3
А	2	П1	2
Б	2	П3	2
Д	2	П5	2
К	2	П7	2

	П1	Г	П3	Е	П5	В	П7
П1		45		10			
Г	45			40		55	
П3					15	60	
Е	10	40				20	35
П5			15			55	
В		55	60	20	55		45
П7				35		45	





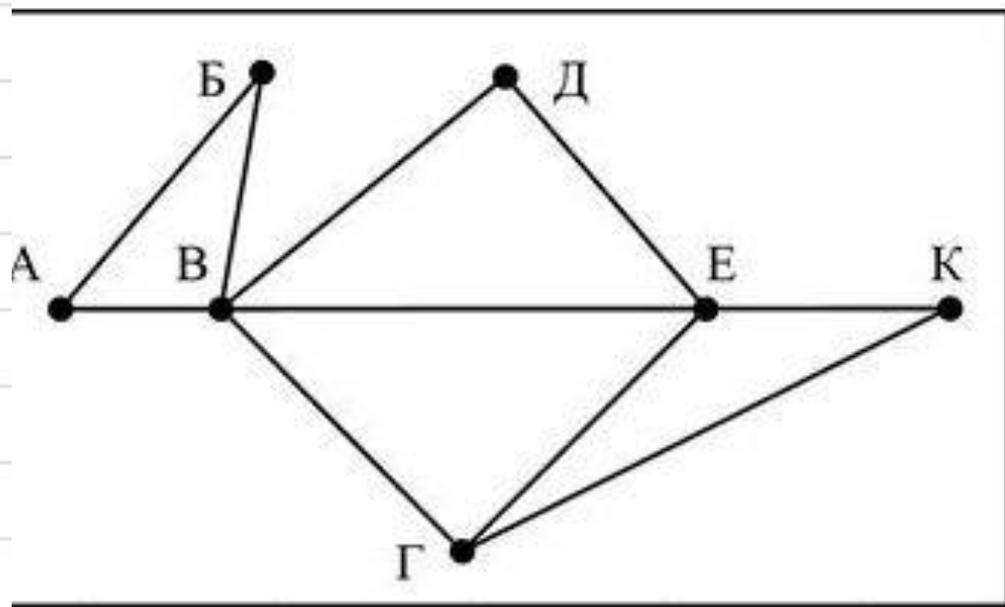


## 2.3. Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- ПРИМЕР 2 (№ 3)
- Как различить
- А, Б, Д, К?

Граф	Соседи	Таблица	Соседи
В	5	П6	5
Е	4	П4	4
Г	3	П2	3
А	2	П1	2
Б	2	П3	2
Д	2	П5	2
К	2	П7	2

		П1	Г	П3	Е	П5	В	П7
К	П1		45		10			
	Г	45			40		55	
А? Б?	П3					15	60	
	Е	10	40				20	35
А? Б?	П5			15			55	
	В		55	60	20	55		45
Д	П7				35		45	



**АБ = 15; АВ и БВ - ??**

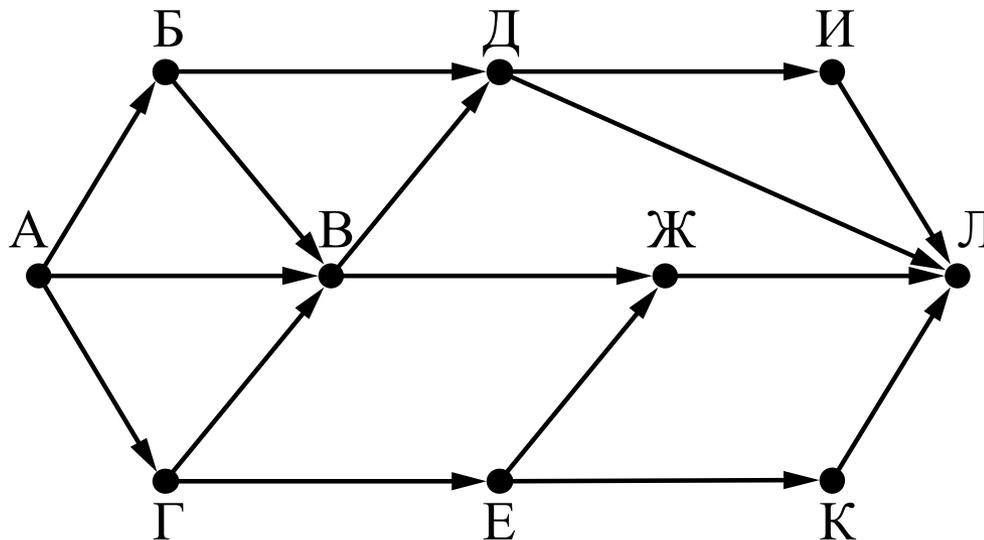
# Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- **Граф. ... Веса ребер. Вес пути. Понятие минимального пути. Матрица смежности (с весами ребер).**

- **ПРИМЕР 2**

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Л?



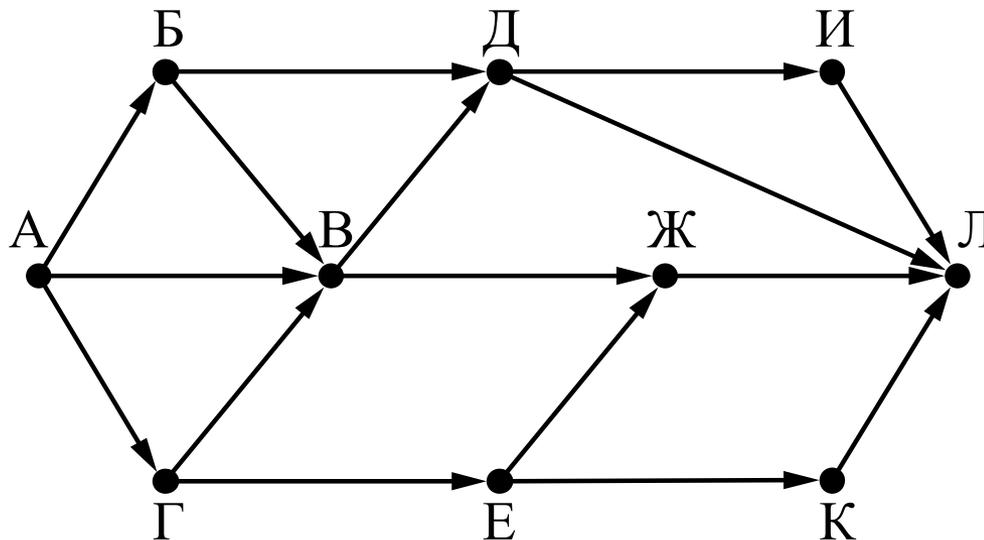
# Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- **Граф. ... Веса ребер. Вес пути. Понятие минимального пути. Матрица смежности (с весами ребер).**

- **ПРИМЕР 2**

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Л?

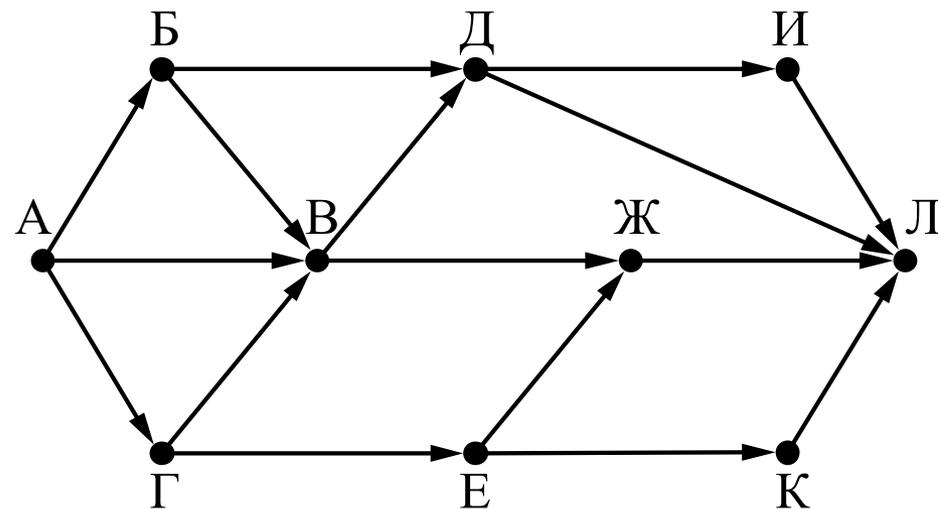


# Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

- **Граф. ... Веса ребер. Вес пути. Понятие минимального пути. Матрица смежности (с весами ребер).**
- **ПРИМЕР 2 (усложненный)**

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Л, **проходящих через В?**



# Дискретные объекты (списки, деревья, графы)

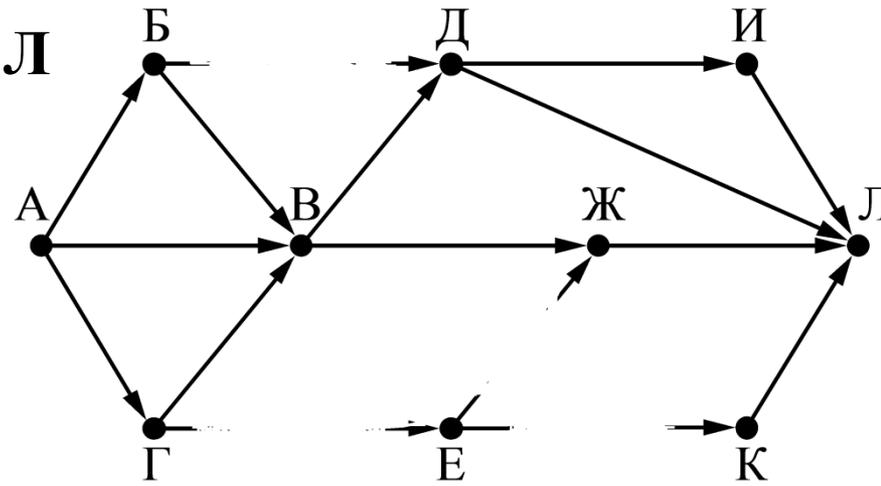
На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л, **проходящих через В**?

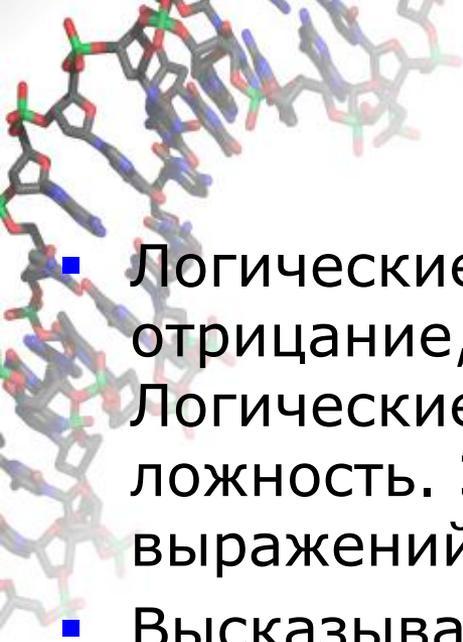
$$N(ABЛ) = N(AB) * N(ВЛ)$$

$N(AB)$  - количество путей из А в В

$N(ВЛ)$  - количество путей из В в Л

$N(ABЛ)$  - количество путей из А в Л  
через В





## 2.4. Логика

- Логические значения. Логические связки (операции): отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация. Логические (булевы) выражения, их истинность и ложность. Эквивалентные преобразования булевых выражений. Таблицы истинности.
- Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания

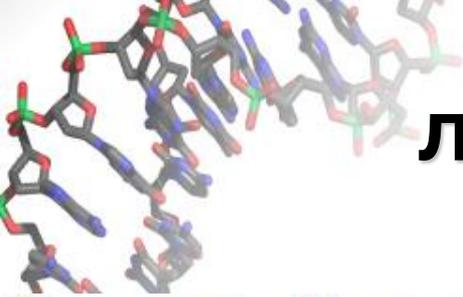
## Логика. Пример-1

Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	F
	0						1	0
1			0					1
			1				1	1

Каким выражением может быть F?

- 1)  $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$
- 2)  $x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
- 3)  $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge x_7 \wedge x_8$
- 4)  $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$



## Логика-1. Таблицы истинности. Пример 2.

Логическая функция  $F$  задается выражением

$$(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z).$$

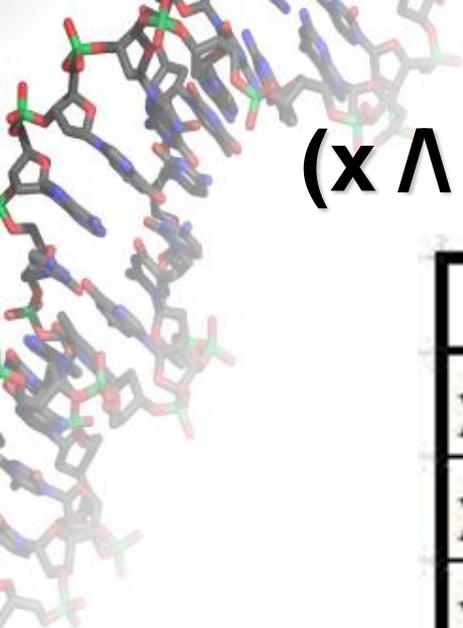
На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий все наборы аргументов, при которых функция  $F$  истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z$ .

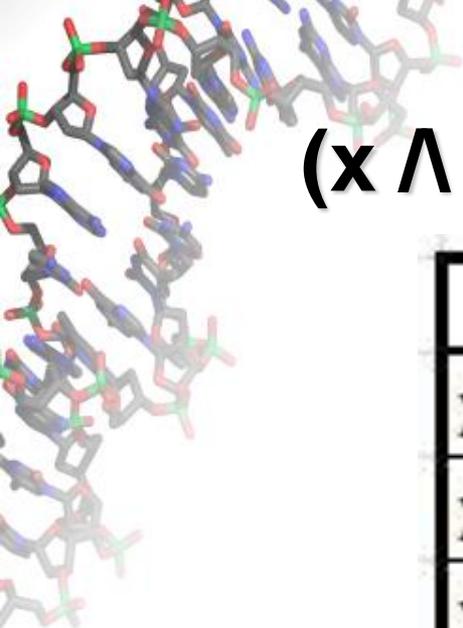
Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	<b>F</b>
0	1	0	1
1	1	0	1
1	1	1	1

В ответе напишите буквы  $x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу, затем – буква, соответствующая 2-му столбцу и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.




$$(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z)$$

	x	y	z
$x \wedge y \wedge \neg z$	1	1	0
$x \wedge y \wedge z$	1	1	1
$x \wedge \neg y \wedge \neg z$	1	0	0
<b>ВСЕГО</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>


$$(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z)$$

	x	y	z
$x \wedge y \wedge \neg z$	1	1	0
$x \wedge y \wedge z$	1	1	1
$x \wedge \neg y \wedge \neg z$	1	0	0
<b>ВСЕГО</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

	Пер.1	Пер.2	Пер.3
	0	1	0
	1	1	0
	1	1	0
<b>ВСЕГО</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>

$$(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z)$$

	x	y	z
$x \wedge y \wedge \neg z$	1	1	0
$x \wedge y \wedge z$	1	1	1
$x \wedge \neg y \wedge \neg z$	1	0	0
<b>ВСЕГО</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

	Пер.1	Пер.2	Пер.3
	0	1	0
	1	1	0
	1	1	0
<b>ВСЕГО</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>

**y**

**x**

**z**



## Как построить выражение с заданной таблицей истинности

- Для любого множества наборов значений переменных можно построить выражение, которое истинно на всех наборах из заданного множества и только на них. Это выражение удобно записать в виде дизъюнкции конъюнкций, причем в каждой конъюнкции
  - а) каждый член – это простая переменная или ее отрицание;
  - б) содержатся все переменные.

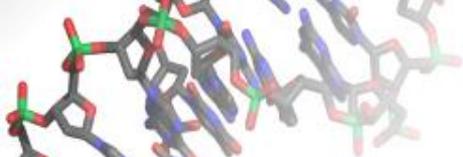


## Логика – 2. Преобразование выражений. Интерпретация логических выражений.

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [37; 60]$  и  $Q = [40; 77]$ .  
Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ ,  
что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной  $x$ , то  
есть принимает значение 1 при любом значении  
переменной  $x$ .



### А. Свойства 0, 1 и отрицания

Свойства 0 и 1	$a \cdot 0 = 0$	$a + 0 = a$
	$a \cdot 1 = a$	$a + 1 = 1$
Свойства отрицания	$a \cdot \bar{a} = 0$	$a + \bar{a} = 1$
	$\overline{\bar{a}} = a$	

### В. Дизъюнкция и конъюнкция

Сочетательный закон (ассоциативность)	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$	$a + (b + c) = (a + b) + c$
Переместительный закон (коммутативность)	$a \cdot b = b \cdot a$	$a + b = b + a$
Закон поглощения (идемпотентность)	$a \cdot a = a$	$a + a = a$
Распределительный закон (дистрибутивность)	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$
Правила де Моргана (дизъюнкция, конъюнкция и отрицание)	$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$

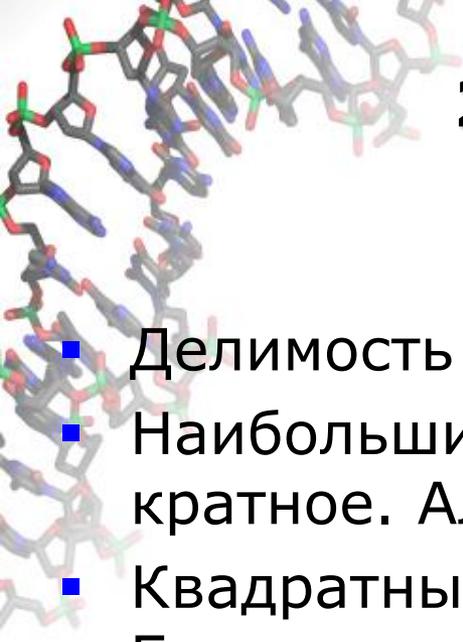
### С. Импликация и эквивалентность

Определение импликации	$a \rightarrow b = \bar{a} + b$	
Полезные свойства импликации	$\bar{a} \rightarrow \bar{b} = b \rightarrow a$	$a \rightarrow b \rightarrow c = (a \cdot b) \rightarrow c$
Эквивалентность	$(a = b) = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}$	$(\bar{a} = \bar{b}) = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$



## Логика - 3

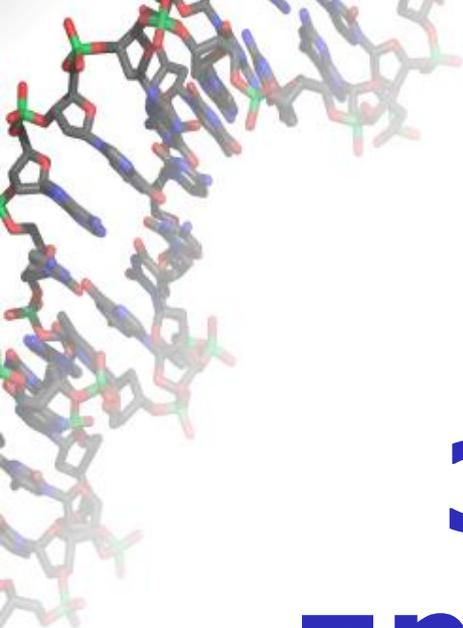
- Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
- $(x_1 \rightarrow x_2) \& (x_2 \rightarrow x_3) \& (x_3 \rightarrow x_4) \& (x_4 \rightarrow x_5) = 1$
- $(y_1 \rightarrow y_2) \& (y_2 \rightarrow y_3) \& (y_3 \rightarrow y_4) \& (y_4 \rightarrow x_5) = 1$
- $x_1 \vee y_1 = 1$
- В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.



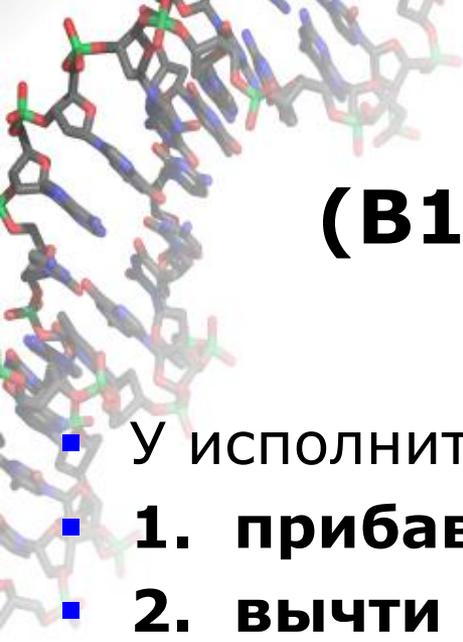
## 2.5. Что еще из математики?

- Делимость
- Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.
- Квадратный трехчлен. Квадратное уравнение. Биквадратное уравнение



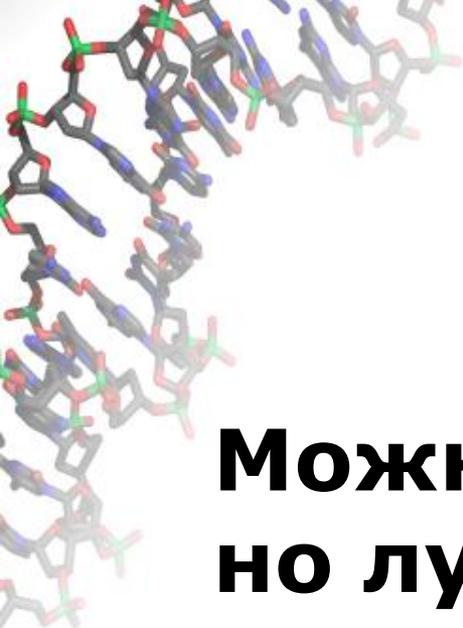


# **3. Алгоритмы и программирование**



## (B13)

- У исполнителя Кузнечик две команды:
- **1. прибавь 3,**
- **2. вычти 2.**
- Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – уменьшает его на 2 (отрицательные числа допускаются).
- Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью различных программ, содержащих ровно 5 команд?



**Можно выполнить трассировку,  
но лучше понять,  
что делает программа**

# №8

Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

## Алгоритмический язык

нач

цел  $k, s$

$s := 0$

$k := 0$

нц пока  $s < 1024$

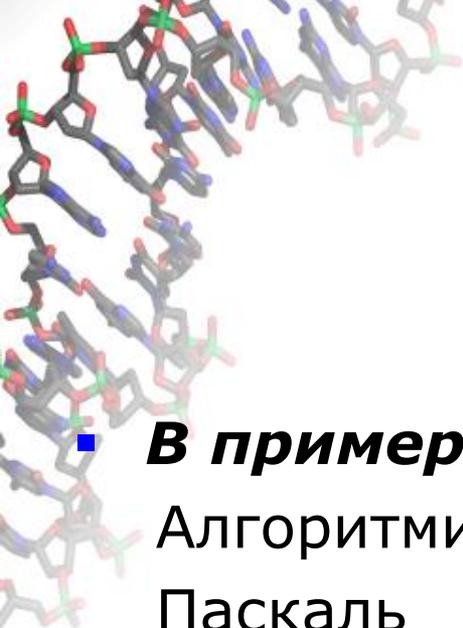
$s := s + 10$

$k := k + 1$

кц

вывод  $k$

кон



# Языки программирования

- ***В примерах (часть В, С1)***

Алгоритмический язык

Паскаль

Си

Бейсик

**Python**

***В части С -  
любой язык***



## Языки программирования

- ***В примерах (часть В, С1)***

Алгоритмический язык

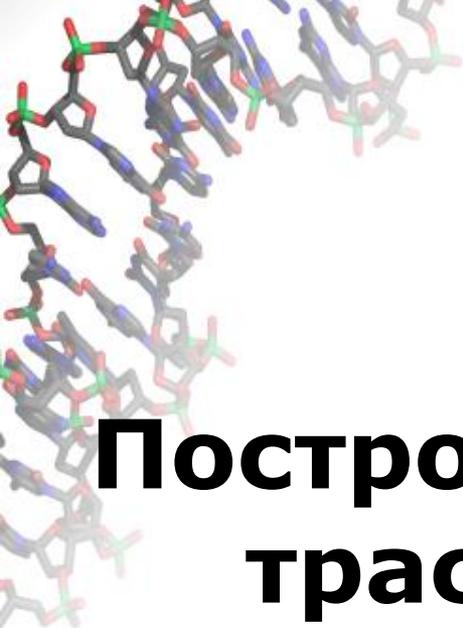
Паскаль

Си

Бейсик (в 2016 г. – будет,  
дальше – видимо, нет)

**Python**

***В части С -  
любой язык***



**Построение входа по выходу –  
трассировка не поможет.**

## № 20

Получив на вход число  $x$ , алгоритм печатает два числа  $L$  и  $M$ .

Укажите наибольшее из таких чисел  $x$ , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 7.

- алг
- нач
- цел  $x, L, M$
- ВВОД  $x$
- $L := 0; M := 0$
- нц пока  $x > 0$
- $L := L + 1$
- если  $M < \text{mod}(x, 10)$
- то  $M := \text{mod}(x, 10)$
- все
- $x := \text{div}(x, 10)$
- кц
- ВЫВОД  $L, M, M$
- кон





Построение входа по выходу –  
трассировка не поможет.

**Но поэкспериментировать  
- полезно**

**№21** Напишите в ответе наименьшее значение входной переменной  $k$ , при котором программа выдаёт тот же ответ, что и при входном значении  $k = 10$ .

```
алг  
нач  
  цел  $i, k$   
  ввод  $k$   
   $i$  := 1  
  нц пока  $f(i) < g(k)$   
     $i$  :=  $i$  + 1  
  кц  
  вывод  $i$   
кон
```

```
алг цел  $f$  (цел  $n$ )  
нач  
  знач :=  $n * n * n$   
кон  
  
алг цел  $g$  (цел  $n$ )  
нач  
  знач :=  $2 * n + 3$   
кон
```



## ■ №22

У исполнителя Утроитель две команды, которым присвоены номера:

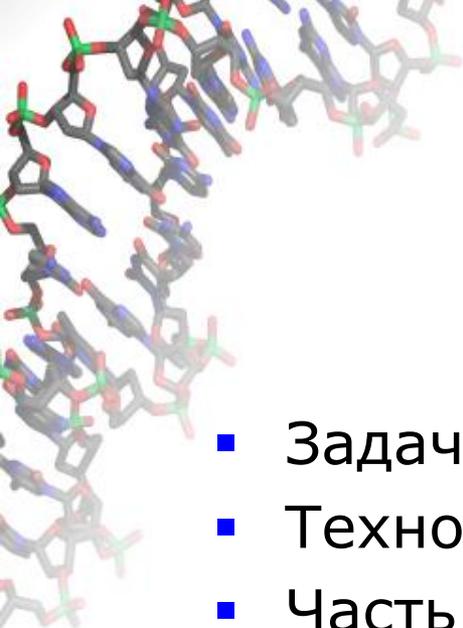
- **1. прибавь 1,**
- **2. умножь на 3.**

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – утраивает его.

Программа для Утроителя – это последовательность команд.

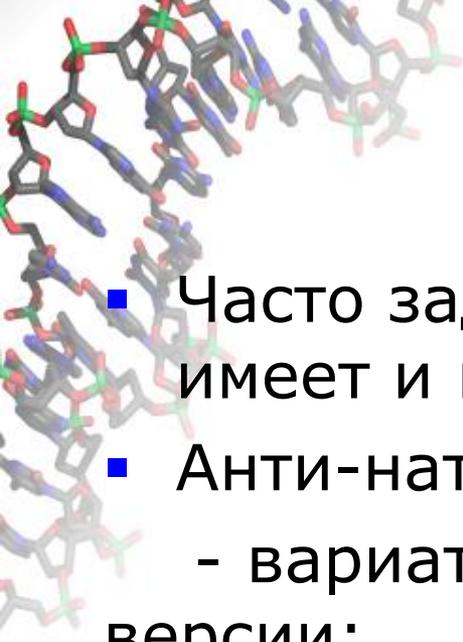
Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 29?

- Ответ обоснуйте.



## **ЧТО НЕ УСПЕЛИ ОБСУДИТЬ**

- Задачи на управление исполнителями
- Технологии
- Часть С



## ВЫВОДЫ

- Часто задача имеет «лобовое» решение, но имеет и красивое, менее трудоемкое
- Анти-натаскивание:
  - вариативность заданий относительно демо-версии;
  - лучшая подготовка – знать курс информатики

**М.А. Ройтберг**  
mroytberg@lpm.org.ru,  
**ege-go.ru**